

Die Bemessung der Pufferzeiten im Fahrplangefüge der Eisenbahn

T E X T

Von der
Fakultät für Bauwesen
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule
Aachen

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation

Vorgelegt von
Diplom-Ingenieur Wulf Schwanhäüßer
aus München

Referent: Professor Dr.-Ing. Hermann Nebelung
Korreferent: Professor Dr.-Ing G.Steierwald
Tag der mündlichen Prüfung 11. Juli 1974

2. überarbeitete Auflage 2015

Die Originalfassung erschien gleichzeitig in:

Veröffentlichungen des Verkehrswissenschaftlichen Instituts der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
Herausgeber: o.Prof. Dr.- Ing. H. Nebelung
Heft 20, 1974

Da die erste Auflage dieser Dissertation vergriffen ist, wurde im Jahr 2015 mit Unterstützung von Dr.-Ing. Kurt Schultze eine 2. Auflage hergestellt. Bei unverändertem wissenschaftlichem Gehalt enthält die zweite Auflage einzelne formale Korrekturen und ergänzende Erläuterungen. In ihr wurde die neue deutsche Rechtschreibung berücksichtigt. Neben den formalen Anpassungen können Abweichungen durch Übertragungsfehler trotz sorgfältiger Kontrolle nicht ausgeschlossen werden.

Die Dissertation ist die bedienungstheoretische Grundlage für das Verfahren zur Ermittlung des Leistungsverhaltens von Eisenbahnstrecken, SLS.

© Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wulf Schwanhäüßer

Vorwort

Als ich mich im Herbst 1963 bei meiner Rückkehr in den aktiven Eisenbahndienst von meinem hochverehrten akademischen Lehrer, Herrn o. Prof. Dr.-Ing. Hermann Nebelung verabschiedete, bot er mir an, mich bei der Abfassung einer Dissertation zu betreuen, wenn ich im weiteren Verlauf meiner beruflichen Tätigkeit auf ein wissenschaftlich interessantes Thema stoßen sollte. Dieses Thema ergab sich dann aus meiner Aufgabe als Mitglied der "Arbeitsgemeinschaft zur Ermittlung von Bemessungsgrundlagen im Betriebsdienst", einen Entwurf für Richtlinien zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit von Strecken zu erarbeiten.

Herr o. Prof. Dr.- Ing. H. Nebelung erklärte sich auf meine Bitte hin sofort gerne bereit, das Referat für diese Arbeit zu übernehmen. Er empfahl mir, Herrn o.Prof. Dr.- Ing. habil. G. Steierwald zu bitten, das Korreferat zu übernehmen, wozu sich dieser in gleicher Weise bereit zeigte. Beide Herren haben mich bei der Abfassung meiner Dissertation sehr hilfreich und eingehend beraten.

Dieser Rückblick erfüllt mich mit tiefer Dankbarkeit gegenüber den beiden Herren Professoren. Mein Dank gilt aber auch der Deutschen Bundesbahn für die Mitbenutzung ihrer Einrichtungen, die mir die Lösung meiner Aufgabe wesentlich erleichtert haben.

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Anlagen	VIII
1. Einführung	1
1.1. Problemstellung	1
1.2. Wahl des Lösungsweges für das gestellte Problem	3
2. Das Betriebsgeschehen auf der Strecke	8
3. Die Häufigkeitsverteilung der Einbruchsverspätungen	12
3.1. Die Entstehung von Einbruchsverspätungen	12
3.2. Die Entstehung der Folgeverspätungen	13
3.3. Die Verteilungsfunktion der Einbruchsverspätungen	15
3.4. Bestimmung der Koeffizienten a und m	16
3.5. Prüfung der Hypothese an praktischen Beispielen	18
4. Die Häufigkeitsverteilung der Pufferzeiten	22
5 Die Größe der einzelnen Folgeverspätung.....	24
5.1. Verspätungsübertragung auf den 2. Zug bei Gleichrang	25
5.2. Folgeverspätung des 2. Zuges bei Vorrang des 1. Zuges	27
5.3. Folgeverspätung des 1. Zuges bei Gleichrang	29
5.4. Folgeverspätung des 1. Zuges bei Vorrang des 2. Zuges	29
6. Mittlere Folgeverspätung zwischen zwei bestimmten Zügen ..	30
6.1. Mittlere Folgeverspätung des zweiten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit bei Gleichrang	31
6.2. Mittlere Folgeverspätung des zweiten Zuges bei Vorrang des ersten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit	33
6.3. Mittlere Folgeverspätung des ersten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit bei Gleichrang	34

6.4.	Mittlere Folgeverspätung des ersten Zuges bei Vorrang des zweiten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit ...	35
6.5.	Zusammenfassung der Folgeverspätungen bei Gleichrang	35
6.6.	Zusammenfassung der Folgeverspätungen bei Vorrang.....	37
7.	Mittlere Folgeverspätung bei bunter Mischung der Rangordnungsverhältnisse.....	40
8.	Verspätungsübertragung bei großen Einbruchsverspätungen	42
9.	Die Weiterübertragung von Folgeverspätungen in Warteschlangen.....	47
10.	Die Summe der Folgeverspätungen als Qualitätskriterium.....	54
11.	Überprüfung der Gültigkeit der Bemessungsgleichung durch Vergleiche mit bereits bekannten Verfahren zur Ermittlung von Wartezeiten	69
11.1.	Vergleich der Folgeverspätungen ersten Grades mit den Behinderungszeiten nach der Behinderungstheorie.....	69
11.2	Überprüfung des Einflusses der Rangordnungsunterschiede	75
11.3	Überprüfung des Einflusses längerer Warteschlangen	77
12.	Die Ermittlung der zur Begrenzung der Folgeverspätungen erforderlichen mittleren Pufferzeit	79
13.	Vergleich zwischen beobachteten und berechneten Folgeverspätungen.....	85
14.	Der Einfluss der verschiedenen Parameter auf die erforderliche mittlere Pufferzeit und die Streckenleistungsfähigkeit	91
14.1.	Einfluss des Verspätungsgrades	92
14.2.	Einfluss der mittleren Einbruchsverspätung	93
14.3.	Einfluss des Verhältnisses \bar{z} / p_m	95
14.4.	Einfluss des Unterschiedes der Mindestzugfolgezeiten.....	96
14.5.	Einfluss der Größe der Mindestzugfolgezeiten	97
14.6.	Einfluss der Rangordnungsunterschiede.....	98
14.7.	Einfluss der zulässigen Summe der Folgeverspätungen.....	99

15.	Die zufällige Häufung kurzer Pufferzeiten.....	101
15.1.	Begrenzung und Dauer einer Folge von Pufferzeiten.....	101
15.2.	Die Wahrscheinlichkeit von Häufungen kleiner Pufferzeiten ..	104
15.3.	Die täglich einmal auftretenden stärksten Zugbündel	109
15.4.	Dichteste Häufungen von negativ-exponential verteilten Zugfolgezeiten.....	112
16.	Einfluss der Bedürfnisse der baulichen Unterhaltung auf die Leistungsfähigkeit von Strecken.....	114
16.1.	Die Häufung großer Zeitabstände.....	115
16.1.1.	Ermittlung der möglichen Dauer einer Sperrpause.....	117
16.1.2.	Iterative Ermittlung der in eine Sperrpause fallenden Züge	118
16.2.	Einschränkungen der Leistungsfähigkeit in Abhängigkeit von der Dauer eines zeitweisen Zweirichtungsbetriebes	121
17.	Bemessung der Pufferzeiten nach anderen Kriterien als der Dämpfung der Verspätungsübertragung	131
17.1.	Bemessung der Pufferzeiten nach der Überholungshäufigkeit der Dg	131
17.2.	Pufferzeiten nach der Beförderungsqualität des Fahrplans bemessen.....	139
17.3.	Bemessung der Pufferzeiten nach der Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung	146
17.4.	Vergleich der verschiedenen Möglichkeiten zur Bemessung der Pufferzeiten.....	151
18.	Konstante Pufferzeiten bemessen.....	154
18.1.	Folgeverspätungen ersten Grades bei konstanten Pufferzeiten	155
18.2.	Folgeverspätungen höheren Grades bei konstanten Pufferzeiten und seltenen Einbruchsverspätungen.....	156
18.3.	Folgeverspätungen höheren Grades bei teilweise gestörtem Rhythmus.....	158
18.4.	Bemessungsgleichung bei eingeschränkter oder fehlender Möglichkeit des Wechsels der Reihenfolge.....	160
18.5.	Bemessungsbeispiel für konstante Pufferzeiten bei starrer Reihenfolge der Züge	164

19. Aufbereitung des Verfahrens zur Bemessung der Pufferzeiten für die Anwendung in der Praxis	165
19.1. Wahl einer Näherungslösung.....	166
19.2. Ablauf des Bemessungsverfahrens.....	170
19.2.1. Erstellung und Auswertung der Verspätungsliste.....	170
19.2.2. Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten.....	174
19.2.3. Ermittlung des Pufferzeitquotienten.....	177
19.3. Berechnung der Streckenleistungsfähigkeit.....	180
19.3.1. Streckenleistungsfähigkeit.....	180
19.3.2. Mindestleistungsfähigkeit.....	181
19.3.3. Eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen baulicher Unterhaltungsarbeiten	181
19.3.4. Eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen Nachtruhe.....	181
19.3.5. Leistungsfähigkeit in der Spitzenstunde.....	182
19.3.6. Stundenleistungsfähigkeit ohne Pufferzeiten	182
20. Zusammenfassung der Ergebnisse	182
Zusammenstellung der verwendeten Kurzbezeichnungen	187
Quellenverzeichnis.....	199

Verzeichnis der Anlagen

Die Anlagen tragen die Nummer des entsprechenden Kapitels und sind innerhalb der Kapitel durchnummeriert.

- 3.1 Die Häufigkeitsverteilung der Urverspätungen
- 3.2 Auswertung der Arbeitsblätter der Zugüberwachung Karlsruhe 2 vom 3.10.1969 der Strecke Offenburg-Basel von Offenburg bis Gundelfingen
- 4.1 χ^2 -Test für die Häufigkeitsverteilung der Pufferzeiten
- 9.1 Streuung und Variationskoeffizient der Mindestzugfolgezeiten
- 10.1 Verspätungen im Bezirk der Bundesbahndirektion Regensburg in der Woche vom 20.11. bis 26.11.1966
- 10.2 Ermittlung der maßgebenden Toleranz je Streckenabschnitt
- 12.1 Programmablaufplan zur Berechnung der erforderlichen mittleren Pufferzeit durch Iteration
- 12.2 Programm zur iterativen Berechnung der erforderlichen mittleren Pufferzeit und der Streckenleistungsfähigkeit auf einem elektronischen Kleinrechner Hewlett-Packard. 6100 B
- 15.1 Programmablaufplan zur Berechnung der Leistungsfähigkeit im Bereich der Tagesspitze
- 15.2 Wertetafel für $\bar{r} = f(k, \bar{z}, T_b)$ für $T_b = 60$ min (Stundenleistungsfähigkeit $N_{zul\ st} = k+2$)
- 15.3. Anzahl $N_b = k + 2$ der bei dichtester Bündelung im Durchschnitt einmal täglich im Zeitraum T , oder einem kürzeren Zeitraum zu erwartenden Züge, wenn der durchschnittliche

Zeitabstand (mittlere Zugfolgezeit z_m) gegeben ist

- 17.1 Zahlentafel für den Zusammenhang $\bar{z} = f(H, N_w)$
- 19.1 Pauschalwerte von Einbruchsverspätungen
- 19.2 Ermittlung des Wartezuschlages für die Überquerung des Gleises der Gegenrichtung
- 19.3 Tabelle zur Bestimmung des Pufferzeitquotienten q bei negativ-exponential verteilten Pufferzeiten
- 19.4 Tabelle zur Bestimmung des Pufferzeitquotienten q_c bei konstanten Pufferzeiten
- 19.5 Kurvenschar zur Ermittlung des Pufferzeitquotienten q in Abhängigkeit von dem Flüssigkeitsgrad H , dem Übertragungsfaktor \ddot{u} und dem Gleichrangigkeitsgrad w_g für negativ-exponential verteilte Pufferzeiten
- 19.6 Kurvenschar zur Ermittlung des Pufferzeitquotienten q_c in Abhängigkeit von dem Flüssigkeitsgrad H , dem Übertragungsfaktor \ddot{u} und dem Gleichrangigkeitsgrad w_g für konstante Pufferzeiten

1. Einführung

1.1. Problemstellung

Seit einem dreiviertel Jahrhundert wurden Infrastruktur und Leistungsfähigkeit des Eisenbahnnetzes in Mitteleuropa nur mehr wenig ausgedehnt. Die Konkurrenten der Eisenbahnen, insbesondere der Kraftverkehr, verfügen über ein jüngeres, den Gegebenheiten unserer Zeit besser angepasstes Verkehrssystem. Nur dort wo der arteigene Vorteil der Eisenbahn als Landtransportmittel für rasche Beförderung großer Mengen und großer Lasten noch gegeben ist, vermag sie den Wettbewerb erfolgreich zu bestehen. Während deshalb in wirtschaftsschwachen Gebieten die Eisenbahnen starke Verkehrsverluste hinnehmen mussten, ist ihre Konkurrenzsituation in Relationen zwischen Ballungsräumen mit zunehmenden Entfernungen unvermindert gut. Sie wird durch das Zusammenwachsen Europas zu einem einheitlichen Wirtschaftsraum auf den Magistralen weiter verbessert. Die nur bis zu gewissen wirtschaftlichen Grenzen erfreuliche Folge dieser günstigen Wettbewerbslage ist eine starke Kanalisierung des Verkehrs auf diesen Strecken. Dort ist mittlerweile die Betriebsführung so schwierig geworden, dass Teile dieses Verkehrs über teurere Nebenstrecken geleitet werden müssen. Die hohen Belastungen der Hauptabfuhrstrecken zwingen zu besonders intensiver baulicher Unterhaltung, die durch die dichte Zugfolge auf diesen Strecken stark erschwert wird oder zu umfangreichen Betriebsstörungen führt.

Aus diesen Gründen werden Fragen nach der Leistungsfähigkeit der Strecken unter Gewährleistung einer guten Betriebsqualität mit wachsender Dringlichkeit gestellt.

Die Leistungsfähigkeit ist nur im Zusammenhang mit der Betriebsqualität eine eindeutige Größe. Sie ist hierin vergleichbar mit der Leistungsfähigkeit eines Elektromotors in Abhängigkeit von seiner Erwärmung. Während jedoch die thermische Belastbarkeit des Isoliermaterials eindeutige Grenzen setzt, ist die Betriebsqualität in weiten Grenzen nach kosten- und marktorientierten Gesichtspunkten wählbar. Erst wenn es gelingt, Maßstäbe für die Betriebsqualität zu finden, können verbindliche einheitliche Werte festgelegt und danach die Leistungsfähigkeiten der Strecken berechnet werden.

Das aussagekräftigste Maß für die Betriebsqualität ist der Pünktlichkeitsgrad der Züge. In engem Zusammenhang damit stehen Maßzahlen über die

Betriebsflüssigkeit. Sie geben die Anzahl zurückgestauter Züge, die Anzahl der abgespannten Züge, die Reisegeschwindigkeit der Züge und die Wagenumlaufzeit an.

Die Mindestzugfolgezeiten sind physikalische Größen und durch die Rechenverfahren der Fahrdynamik mit der für die Leistungsfähigkeitsermittlung erforderlichen Genauigkeit erfassbar [7]. Nach den Regeln der Statistik kann auch unabhängig von einem konkreten Fahrplan ermittelt werden, wie viele Züge bei dichtester Aneinanderreihung in bestimmten Zeiträumen die Strecke durchfahren können [1][9].

Seit langem ist bekannt, dass ein solcher Fahrplan ohne Zeitlücken in der Wirklichkeit nicht gefahren werden kann. Michelfelder hat [17] zwischen die Mindestzugfolgezeiten Mindestzeitrückhalte geschoben, die Verlängerungen der Mindestzugfolgezeiten durch zusätzliche Halte oder Stutzen vor Signalen wegen Belegung des vorgelegenen Abschnittes kompensieren sollten. Die Mindestzeitrückhalte verhinderten zwar ein Anwachsen der Folgeverspätung von Zug zu Zug. Sie waren aber zu klein, um die Übertragung der Folgeverspätungen ausreichend zu dämpfen. Da die stark belasteten Strecken heute elektrisch betrieben werden und dadurch gegenüber dem Dampfbetrieb die Anfahrzeitzuschläge erheblich vermindert sind, würden diese Mindestzeitrückhalte verschwindend klein.

Dilli [6] verband die Verspätungen über Schwierigkeitsziffern mit der Größe der erforderlichen Zeitlücken, die er Toleranzen nannte. Potthoff [1] berechnete aus Dilli's Schwierigkeitsgrad die Verspätungssumme für gleichrangige Zugfolgefälle ohne Reihenfolgewechsel und ohne die Verteilungsfunktionen der Einbruchsverspätungen und der Pufferzeiten zu berücksichtigen. Im Vergleich mit der bei der Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten erreichten Genauigkeit erscheinen die von Dilli aus der Beobachtung des Betriebsgeschehens empirisch gewonnenen Pauschalwerte, die seither bei der Leistungsfähigkeitsberechnung allgemein verwendet werden, zu grob.

Brettmann [3] hat mit einem für die breite Anwendung seines Verfahrens zu hohen Rechenaufwand bereits von der Verspätungsübertragung auf die erforderlichen Zeitlücken, für die sich inzwischen die Bezeichnung "Pufferzeiten" durchgesetzt hat, geschlossen.

Blind [20] verfolgt den von Potthoff eingeschlagenen Weg konsequent weiter und verfeinert dessen Methode des Rückschlusses auf eine erforder-

liche Pufferzeit. Dabei wird neben dem Verhältnis einer bestimmten Erstverspätung zu der durch sie hervorgerufenen Summe der Folgeverspätungen die Geschwindigkeitsbündelung der Züge als Parameter einbezogen. Das Verfahren bezieht sich auf reine Engpassstrecken ohne Möglichkeit des Reihenfolgewechsels. Es berücksichtigt nicht die auf längeren Streckenabschnitten möglichen Reihenfolgewechsel, wird bei mehr als zwei Geschwindigkeitsklassen rasch unhandlich, vernachlässigt die gegenüber den Erstverspätungen weit überwiegenden Einbruchsverspätungen und deren Häufigkeitsverteilung und unterstellt konstante Pufferzeiten. Das Verfahren weist unter diesen einschränkenden Bedingungen, die zur Erreichung des verfolgten Zieles erforderlich sind, den Einfluss der Aufeinanderfolge der Züge verschiedener Geschwindigkeit auf den Verspätungsabbau klar nach.

Diese kurze Übersicht über die wesentlichen bekannten Verfahren zur Ermittlung von Pufferzeiten zeigt, dass sie entweder zu grob, zu umfangreich oder zu spezialisiert sind, um für eine allgemein gültige, alle wesentlichen Parameter gleichmäßig berücksichtigende Bemessung der Pufferzeiten verwendet werden zu können. Dies wird jedoch die Aufgabe dieser Arbeit sein. Da auf eine einfache Anwendbarkeit des Bemessungsverfahrens besonderer Wert zu legen ist, werden Vereinfachungen und Näherungen an nicht wesentlichen Stellen nicht zu umgehen sein.

1.2. Wahl des Lösungsweges für das gestellte Problem

Wenn man als wesentliches Kriterium für die Betriebsqualität die Pünktlichkeit ansieht, dann erlangt die Dämpfung der Verspätungsübertragung entscheidende Bedeutung. Die Entstehung der Urverspätungen ist durch die Pufferzeiten nicht beeinflussbar, wohl aber ihre Weiterübertragung als Folgeverspätungen. Damit werden die Folgeverspätungen zum Maßstab für die Betriebsqualität. Neben einer Gleichung zur Ermittlung der Folgeverspätungen ist eine Aussage über die zulässige Größe dieser Folgeverspätungen zu erarbeiten.

Da die Bemessung der Pufferzeiten eine Begrenzung der Folgeverspätungen und damit der Wartefälle beabsichtigt, ist zu erwarten, dass der überwiegende Teil der Folgeverspätungen nur zwischen jeweils zwei aufeinander folgenden Zügen übertragen wird, während Folgeverspätungen aus Folgeverspätungen seltener sein werden. Daher muss die Verspätungsüber-

tragung zwischen jeweils zwei Zügen so zuverlässig als möglich erfasst werden. In Abhängigkeit von der gegenseitigen zeitlichen Lage der Züge können Gleichungen aufgestellt werden, welche die Berechnung der Folgeverspätung in Abhängigkeit von der Einbruchsverspätung, der Pufferzeit, der Mindestzugfolgezeit und der Rangordnung erlauben.

Dabei haben die Pufferzeiten eine auch in der Netzplantechnik gebräuchliche Bedeutung. Die Pufferzeit ist jene Zeitspanne, um die eine Zugfahrt (ein Vorgang) später abgeschlossen sein darf, ohne eine ihr in der ursprünglichen Reihenfolge unmittelbar und planmäßig folgende Zugfahrt aus ihrer Lage zu verdrängen, oder von ihr zum Wechsel der Reihenfolge gezwungen zu werden.

Die Größen der Einbruchsverspätung und der Pufferzeit treten zufällig auf. Neben der bereits bekannten Verteilungsfunktion der Pufferzeiten muss für die Einbruchsverspätungen noch eine solche gefunden werden und nachgewiesen werden, dass die beobachteten Abweichungen von dieser Verteilung als zufällig betrachtet werden dürfen. Durch Wichtung der Grundgleichungen mit den Wahrscheinlichkeiten dieser Parameter und anschließende Integration dieser Gleichungen in den noch zu bestimmenden Grenzen erhält man Erwartungswerte von Folgeverspätungen. Diese Integration erfolgt schrittweise, um von Zwischenergebnissen in andere Ermittlungsrichtungen (z.B. „konstante Pufferzeiten“) abzweigen zu können. Die Erwartungswerte der Folgeverspätungen aus den Grundgleichungen können mit den Anteilen der Übertragungsfälle gewichtet und zu einer mittleren Folgeverspätung zusammengefasst werden, die unmittelbar von Einbruchsverspätungen und im Streckenabschnitt selbst entstandenen Urverspätungen verursacht wird.

Folgeverspätungen, die von Folgeverspätungen des gleichen Streckenabschnittes verursacht werden, können dagegen nur als Anteil an den gesamten Folgeverspätungen geschätzt werden. Für diese Schätzung werden die Wartevorgänge im Bereich des Streckenabschnittes mit jenen der Warteschlangentheorie verglichen.

Damit werden die Mindestzugfolgezeiten zu Bedienungszeiten im Sinne der Warteschlangentheorie. Die Spreizung der Zeit-Weg-Linien zwischen langsamem und schnellem Zug darf nur noch bis zur nächstmöglichen Überholung reichen. Die Einflüsse des Reihenfolgewechsels verleihen den Mindestzugfolgezeiten neben ihrer grundsätzlichen physikalischen Defini-

tion noch eine ergänzende Bedeutung als Wartezeiten. Danach ist die Mindestzugfolgezeit zwischen zwei bestimmten Zügen der Zeitraum, um den der zweite Zug maximal durch einen ersten gleichrangigen Zug aus seiner Lage verdrängt werden kann, ohne dass die Reihenfolge geändert wird. Bei ungleichrangigen Zugfolgefällen entstehen nach [1] Abschnitt 42.2 Wartezeiten, die größer als eine Mindestzugfolgezeit sind. Diese Definition ermöglicht es, die Wirkung des Abstandes der Überholungsbahnhöfe auf die Mindestzugfolgezeiten und damit auf die Streckenleistungsfähigkeit nachzuweisen. Die Abhängigkeit der Folgeverspätungen von den Mindestzugfolgezeiten führt dazu, dass auch die erforderlichen Pufferzeiten von den Möglichkeiten des Reihenfolgewechsels abhängig werden. Eine weitere Folge dieser Definition ist eine stark verringerte Streuung der Mindestzugfolgezeiten.

Der von Blind [20] bei Engpassstrecken ohne Überholungsmöglichkeit zum Verspätungsabbau benutzte Fahrzeitunterschied wird hier so klein, dass er vernachlässigt werden kann. Wegen des Bemessungszieles sind keine langen Warteschlangen zu erwarten. Nur wenn Züge in langen Warteschlangen so gestaut sind, dass sie, voneinander unabhängig, willkürlich abgerufen werden können, lässt sich eine zeitsparendere Bündelung herbeiführen. Diese Fälle sind im normalen Betrieb so selten, dass sie hier nicht berücksichtigt werden müssen.

Es ist daher die zutreffendste Annäherung an die Wirklichkeit, wenn man voraussetzt, dass mehrere in den Stau geratene Züge in der ursprünglichen Reihenfolge im Abstand der Mindestzugfolgezeiten abgefahren werden. Diese Voraussetzung erlaubt es den Anteil der Folgeverspätungen aus Folgeverspätungen zu ermitteln.

Es wird versucht, auf zwei Wegen einen Hinweis auf die Qualitätsgrenzen zu erhalten. Als Bedienungszeiten aufgefasste Mindestzugfolgezeiten enthalten nicht mehr wie bisher die Regel- und Sonderzuschläge zu den Fahrzeiten. Diese werden nun Bestandteile der Pufferzeiten. Die Pufferzeiten enthalten damit einen Zeitanteil, der nicht nur zur Dämpfung der Verspätungsübertragung dient, sondern auch jede Verspätung um einen bestimmten Betrag reduziert. Dieser Betrag, der auch noch andere Zeitreserven enthalten kann, wird im weiteren Toleranz genannt. Pufferzeiten können nie so groß werden, dass jede Verspätungsübertragung ausgeschlossen werden kann. Da die Einbruchsverspätungen, Urverspätungen und Folge-

verspätungen zu den Einbruchsverspätungen des nächsten Streckenabschnittes werden, würden sich die Verspätungen bei eng vermaschten Streckennetzen zu beliebiger Höhe aufschaukeln, wenn nicht durch die Toleranzen laufend so viele Verspätungsminuten abgebaut würden, dass im günstigsten Fall ein Gleichgewicht zwischen Verspätungszuwachs und Verspätungsabbau einträte. Da die Toleranzen im Interesse kurzer Reisezeiten nicht beliebig vergrößert werden können, kann versucht werden, von diesem Gleichgewichtszustand auf die zulässige Höhe der Folgeverspätungen zu schließen.

Der zweite Hinweis auf eine Qualitätsgrenze ergibt sich aus einem weiteren Vergleich des Streckenabschnittes mit einer Bedienungsstelle im Sinne der Warteschlangentheorie. Als Streckenabschnitt ist dabei der Teil einer Strecke zu betrachten, der ein einheitliches Betriebsbild zeigt, auf dem also Traktionsart und Betriebsweise (Einrichtungs-, Zweirichtungs- oder Gleiswechselbetrieb) gleich sind und den alle Züge auf ganzer Länge befahren. Ein Streckenabschnitt wird durch Zuganfangs- und Zugendbahnhöfe, Abzweigstellen und Lokwechselbahnhöfe begrenzt.

Diese Bedienungsstelle hat eine eindeutig berechenbare Verarbeitungsgeschwindigkeit (Bedienungsrate), die aus den Mindestzugfolgezeiten abgeleitet werden kann. Da die Bedienungsstelle Streckenabschnitt nicht punktförmig ist, können Stauerscheinungen vor jedem Hauptsignal des Streckenabschnittes in Form wartender Züge auftreten. Die mittlere Länge dieser Warteschlange und die Wahrscheinlichkeit, mit der mehr als eine bestimmte Anzahl von Zügen gleichzeitig vor den Hauptsignalen des Streckenabschnittes wartet, kann bei der Warteschlangentheorie aus den Wartezeiten berechnet werden. Wenn man annimmt, dass die Folgeverspätungen solche Wartezeiten darstellen, dann kann man von den Folgeverspätungen auf die Stauerscheinungen schließen. Da die Kapazität eine nicht willkürlich wählbare Größe ist, kann von ihr auf die zulässige Menge der Folgeverspätungen geschlossen werden. Das Ausmaß der Stauerscheinungen kann als Betriebsflüssigkeit definiert werden. Die Erfahrung zeigt, dass bei beeinträchtigter Betriebsflüssigkeit, also starken Stauerscheinungen, die Pünktlichkeit als wesentliches Kriterium der Betriebsqualität abnimmt und bestätigt damit diesen Zusammenhang.

Die Gleichung zur Berechnung der Folgeverspätungen wird bei gegebenen Folgeverspätungen zu einer Bemessungsgleichung für die bei diesem Zu-

stand erforderlichen mittleren Pufferzeiten. Die Gültigkeit der Bemessungsgleichung soll auf zwei Wegen nachgewiesen werden. Der erste Nachweis kann durch einen Vergleich der berechneten Folgeverspätungen mit den im tatsächlichen Betriebsgeschehen unter den gleichen Bedingungen beobachteten Folgeverspätungen geführt werden. Bei dem zweiten Nachweis ist zu prüfen, ob die Bemessungsgleichung unter entsprechenden Voraussetzungen mit den Gleichungen der Behinderungstheorie [1][11] und der Warteschlangentheorie [13] identisch wird.

Die nach den Folgeverspätungen bemessenen Pufferzeiten müssen noch drei Randbedingungen genügen, die sich aus ergänzenden Qualitätsanforderungen ergeben. Zur Erzielung einer möglichst hohen Reisegeschwindigkeit der Durchgangsgüterzüge ist es erforderlich, die Häufigkeit der planmäßigen Überholungen zu begrenzen. Die Beförderungsqualität eines Fahrplans ist nur dann gut, wenn die im Fahrplan enthaltenen Wartezeiten ein gewisses Maß nicht überschreiten. Die Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung wächst mit der Länge einer, nach den Regeln des Zufalls auftretenden, "Warteschlange der Fahrwünsche".

Aus der wahrscheinlichen Häufung kleiner Pufferzeiten können Angaben über die Leistungsfähigkeit des Streckenabschnittes in der Spitzenstunde abgeleitet werden. Aus dem Unterschied zwischen der Anzahl von Zügen, die bei einer Häufung der großen Zugfolgezeiten von beiden Seiten, wahrscheinlich im Durchschnitt einmal täglich innerhalb einer bestimmten Zeit auf einen eingleisigen Abschnitt zulaufen und der Anzahl der Züge, die bei kleinsten zufälligen Abständen in dem eingleisigen Abschnitt in der gleichen Zeit, bei festgelegter Qualitätseinbuße verarbeitet werden kann, ist auf die Verluste an Leistungsfähigkeit zu schließen, die durch die "Fahrplanschneisen" verursacht werden. Aus solchen Zusammenhängen lässt sich auch ermitteln, welchen Zuwachs an Leistungsfähigkeit die Aufhebung der Nachruhe bringen kann.

Dilli [6] gibt auch bereits einen Pauschalwert für die Pufferzeiten bei S-Bahnen an. Die Pufferzeiten bei S-Bahnen sind im allgemeinen, wegen der dort verwendeten starren Fahrpläne konstant. Da auch dort die Pufferzeiten die Übertragung von Verspätungen dämpfen sollen, ist es möglich, über die Folgeverspätungen bei konstanten Pufferzeiten auf ihre Größe zu schließen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bei S-Bahnen zwischen der Mindestzugfolgezeit in dem hier gültigen Sinn und der "theoretischen Zugfolgezeit"

Unterschiede auftreten können, die bis zur Unmöglichkeit von Reihenfolgewechseln reichen können.

Die Ergebnisse der theoretischen Überlegungen sollen jeweils durch Zahlenbeispiele auf ihre Plausibilität geprüft werden. Da die Arbeit den Zweck verfolgt, Grundlage für innerdienstliche Richtlinien der Deutschen Bundesbahn zu sein, kommt der Darstellung der Arbeitsgänge anhand praktischer Beispiele besondere Bedeutung zu.

Aus dem gleichen Grund sind, zur Vereinfachung des Bemessungsverfahrens in der Praxis, Hilfen durch Zahlentafeln, Kurventafeln und brauchbare Näherungen zu geben. Die Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten muss der hier gültigen Definition angepasst werden. Dabei ist zu versuchen, bisher schwer fassbare Einflüsse, wie die Lage von Überholungsgleisen in ihrer Auswirkung auf die Streckenleistungsfähigkeit zu berücksichtigen.

Bei der Aufstellung der zur Lösung des Problems erforderlichen Gleichungen braucht ihre Lösbarkeit nicht berücksichtigt zu werden, da mit Hilfe programmierbarer elektronischer Rechenmaschinen heute durch Iteration auch Gleichungen, die nicht nach der Unbekannten aufgelöst werden können, auswertbar sind.

Aus den von Streckenabschnitt zu Streckenabschnitt unterschiedlichen Mindestzugfolgezeiten und den erforderlichen Pufferzeiten ergeben sich für jeden Streckenabschnitt unterschiedliche Einzelleistungsfähigkeiten. Es wäre falsch, deren kleinste als maßgebend für die Strecke zu betrachten, da ihr ein Minimum der Belastung gegenüberstehen kann. Die Leistungsfähigkeit einer Strecke wird daher am besten in Form eines Leistungsbandes dargestellt, das einen Vergleich der Leistungsfähigkeiten der Streckenabschnitte mit der tatsächlichen oder geplanten Anzahl der Züge je Tag zeigt.

2. Das Betriebsgeschehen auf der Strecke

Im Gegensatz zum Straßenverkehr besteht für die Abwicklung des Betriebsgeschehens auf der Eisenbahn ein Fahrplan. Während bekannt ist, dass die Zeitabstände zwischen den einzelnen Fahrzeugen im Straßenverkehr wegen der zufällig auftretenden Fahrtwünsche der Verkehrsteilnehmer

zufällig verteilt sind [10], sind bei den Eisenbahnen in Fällen mit starrem Fahrplan konstante Zeitabstände zwischen den Zugfahrten festzustellen. Auf Eisenbahnstrecken mit unterschiedlich schnellen Zügen und unterschiedlichen Zuggattungen treten große und kleine Pufferzeiten in den Fahrplänen auf. Diese kommen dadurch zustande, dass bei der Fahrplanbearbeitung zuerst die höchstwertigen schnellen Züge auf dem Bildfahrplanblatt konstruiert werden. Die Lage dieser Züge richtet sich nach ihren verkehrlichen Aufgaben.

So kann ein Nachtschnellzug am Abend an einem Bahnhof relativ früh abfahren, um noch Schlafwagengäste an einem nächsten Bahnhof zu einer für den Reisenden interessanten Zeit aufzunehmen. Für diese Abfahrtszeiten bestehen gewisse Margen, die durch die Berücksichtigung von Anschlusszügen eingeengt werden können. An dem zu untersuchenden Streckenabschnitt, der einige hundert Kilometer von dem Anfangsbahnhof entfernt liegt, wird der Zug daher zu einer von dieser Entfernung abhängigen Zeit in der Nacht eintreffen. Wenn also auch die Abfahrtszeit der Fernzüge am Anfangsbahnhof nicht ganz zufällig ist, so ist ihre Ankunft an dem zu betrachtenden Streckenabschnitt wegen der Vermaschung des Eisenbahnnetzes und wegen der unterschiedlichen Entfernungen der Abgangsbahnhöfe von dieser Stelle quasi zufällig und kann von Fahrplanperiode zu Fahrplanperiode wechseln. Genauso verhält es sich natürlich mit den Tages-schnellzügen, bei denen zwar die verkehrlich günstigsten Zeiten örtlich relativ fest liegen, deren Ankunftszeiten an irgend einem Punkt im Streckennetz aber dann doch zufällig ist.

Man mag nun einwenden, dass hier die Intercity-Züge mit ihrem nahezu starren Fahrplan eine Ausnahme machen. Dies trifft für ihre gegenseitigen Abstände wohl zu, nicht aber für die Abstände zu den übrigen Zügen.

Die übrigen Züge werden nun wieder in der Reihenfolge ihrer Rangordnung bearbeitet und müssen zwischen die Trassen der vorher bearbeiteten höherrangigen Züge einkonstruiert werden. Das Ergebnis dieser Arbeit ist dann eine zufällige Verteilung der Pufferzeiten. Es ist dies die gleiche Zufälligkeit wie [10] im Straßenverkehr, nur mit dem Unterschied, dass dieses Zufallsgeschehen auf dem Fahrplan festgehalten wurde und dann täglich in gleicher Weise wiederholt wird. Man könnte also von einem "geronnenen" Zufallsgeschehen sprechen.

Diese Zufälligkeit der Abstände gilt nicht für S-Bahnen und Fernbahnen, die infolge eines sehr dichten Verkehrs mit gleichartigen schnellen Reisezügen den Charakter von "Fern-S-Bahnen" annehmen. Für diesen Fall konstanter Pufferzeiten ist eine besondere Bemessungsgleichung zu entwickeln.

Ein weiterer Unterschied zum Straßenverkehr besteht allerdings darin, dass die verschiedenen Zuggattungen infolge ihrer Rangordnung eine Art von "eingebauter Vorfahrt" besitzen. Wenn sich bei der Bearbeitung des Fahrplanblattes ergibt, dass die frühest mögliche Abfahrtszeit eines Güterzuges am Beginn des Streckenabschnittes so kurz vor der bereits festliegenden Abfahrtszeit eines höherrangigen (i.a. schnelleren) Zuges liegt, dass dieser aus seiner Lage verdrängt würde, so muss der minderrangige Zug warten, bis der höherrangige Zug den Streckenabschnitt freigibt. Bei rangunterschiedlichen Zugfolgefällen kann der minderrangige Zug dadurch große Folgeverspätungen erleiden. Sie können so groß werden wie die Summe der Mindestzugfolgezeit minderrangig-höherrangig plus der Mindestzugfolgezeit höherrangig-minderrangig. (vgl.[1] Abschnitt 42.2)

Treten nun bei einer Anzahl von Zügen Einbruchsverspätungen zufälliger Größe auf, so werden dadurch in Abhängigkeit von der Größe der Pufferzeiten Folgeverspätungen hervorgerufen. Als Einbruchsverspätungen sind hier alle Verspätungen zu betrachten, die nicht durch die Zugfolge in dem betrachteten Streckenabschnitt selbst verursacht wurden. Urverspätungen, die in dem Streckenabschnitt selbst entstanden sind, werden nach dieser Definition zu den Einbruchsverspätungen gezählt, da sie im allgemeinen in diesem Streckenabschnitt noch zu Folgeverspätungen führen können. Betriebsstörungen bleiben unberücksichtigt, wenn sie Streckensperrungen erfordern, weil es falsch wäre, die Leistungsfähigkeit so niedrig festzulegen, dass auch solche, für den einzelnen Streckenabschnitt außerordentlich seltenen Ereignisse berücksichtigt werden.

Je häufiger und größer die Verspätungen werden, desto mehr nähert sich der Betrieb der völligen Zufälligkeit. Durch die Tätigkeit der Betriebsstellen und der Fahrdienstleiter wird dabei laufend ein neuer Fahrplan erarbeitet. Da dies der ungünstigste denkbare Betriebszustand ist, lässt sich eine Mindestleistungsfähigkeit angeben, bei der auch noch unter ungünstigsten Bedingungen die geforderte Betriebsqualität erhalten bleibt.

Von den Folgeverspätungen werden, ganz der Absicht entsprechend, hauptsächlich die Züge der unteren Rangordnungsklassen betroffen. So wird ein Güterzug, der von einem verspäteten Schnellzug verdrängt wird, in die Überholung genommen und wartet dort die Vorbeifahrt des Schnellzuges ab. Gerät er selbst infolge seiner eigenen Verspätung zwischen ein Bündel höherrangiger Züge, so muss er unter Umständen von Überholung zu Überholung springen. Wegen der langen Fahrzeiten beim Anfahren aus dem Überholungsgleis und dem Fahrzeitverlust durch das Wiederabbremsen bei der Einfahrt in die nächste Überholung wird dieses Springen von den betriebsleitenden Stellen gerne vermieden, da die damit verbundenen langen Belegungszeiten die Leistungsfähigkeit der Strecke stark beeinträchtigen. Bei der Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten sollte daher vorausgesetzt werden, dass auch der langsamste Zug, wenn es nicht aus verkehrlichen Gründen erforderlich ist, im benachbarten Überholungsbahnhof durchfährt.

Weiter wird vorausgesetzt, dass Personenzüge an allen Verkehrshalten oder planmäßigen Betriebshalten für Personal- oder Lokwechsel überholt werden können, wenn dies die baulichen und betrieblichen Gegebenheiten der betreffenden Bahnhöfe erlauben. Schnellfahrende Güterzüge können darüber hinaus auf solchen Überholungsbahnhöfen überholt werden, wenn durch den Reihenfolgewechsel an dieser Stelle deren Folgeverspätung stark verringert wird.

In die Berechnung der Mindestzugfolgezeiten sind auch Dienstfahrten und Sperrfahrten einzubeziehen, wenn sie regelmäßig auftreten. Sie sind auch im weiteren Verlauf wie Zugfahrten zu behandeln, da sie die Strecke eine bestimmte Zeit belegen und Folgeverspätungen erleiden können. Die Rangordnung solcher Fahrten kann, wenn es sich um Bedienungsfahrten zu fest vereinbarten Zeiten handelt, relativ hoch sein. Auch solche Fahrten können während des Wartens Überholungsgleise belegen und damit Staukapazität beanspruchen.

Über die Häufigkeit der Zugfolgefälle kann die Bündelung der Züge bei der Berechnung der mittleren Mindestzugfolgezeit berücksichtigt werden.

3. Die Häufigkeitsverteilung der Einbruchsverspätungen

3.1. Die Entstehung von Einbruchsverspätungen

Die beinahe sprichwörtliche Pünktlichkeit der Eisenbahn besagt nicht, dass es bei ihr keine Verspätungen gäbe, sondern nur, dass die bei der Eisenbahn auftretenden Verspätungen sich in begrenzter Größe bewegen und selten sind. Dieses schöne Bild hat leider in Teilen des Streckennetzes mit großer Betriebsdichte und davon ausstrahlend einige hässliche Flecken bekommen. Dort, wo die Betriebsdichte gering ist, die Strecken und Bahnhöfe noch Leistungsreserven aufweisen, ist der Pünktlichkeitsgrad nach wie vor gut. Wenn infolge saisonaler Schwankungen die Anzahl der Züge etwas zurückgeht, dann ist auch gleichzeitig eine kräftige Zunahme der Pünktlichkeit zu beobachten.

Während Folgeverspätungen ausschließlich von der Belegung der Strecken abhängen, haben die Urverspätungen vorwiegend technische und verkehrliche Ursachen. Daraus folgt, dass der Anteil der Folgeverspätungen an den Einbruchsverspätungen mit steigender Streckenbelegung zunimmt und an der Leistungsfähigkeitsgrenze bestimmend wird. Bei sehr schwacher Belegung der auf den Streckenabschnitt zulaufenden Strecken nähert sich die Häufigkeitsverteilung der Einbruchsverspätungen jener der Urverspätungen.

Die Urverspätungen sind jedoch, wie Anlage 3.1 zeigt, schwach überzufällig negativ-exponential verteilt. An den vier Tagen vom 4. bis 7.4.1967 enthielten die Fahrtberichte im Bezirk der Bundesbahndirektion Regensburg 1103 Urverspätungen der verschiedensten Ursachen. Ihr Durchschnitt betrug 14 Minuten bei einer mittleren quadratischen Abweichung von 15,5 Minuten.

Die in einem Streckenabschnitt selbst entstandenen Urverspätungen zeigt die Spalte 9 der Anlage 3.2, Blätter 1 bis 4. Ihre Summe beträgt nur 3% von jener der in Spalte 3 ausgeworfenen Einbruchsverspätungen. Es wäre daher völlig falsch, ein Verfahren zur Bemessung der Pufferzeiten auf den Ausnahmefall einer großen, im Streckenabschnitt selbst entstandenen Urverspätung aufzubauen und dann noch die Möglichkeit des Reihenfolgewechsels auszuschließen.

Infolge ihrer Häufigkeitsverteilung können Urverspätungen so zusammentreffen, dass die Züge in bestimmten Zeiträumen annähernd zufällig am Beginn des Streckenabschnittes ankommen. Dies gilt verstärkt, wenn sie in erheblichem Maß bereits mit Folgeverspätungen aus rückliegenden Streckenabschnitten vermischt sind. (Anlage 3.2, Blatt 5) Für solche Zeiträume gelten die Regeln der Warteschlangentheorie. Dabei zeigt Anlage 3.2, Blatt 8, dass die Wartezeiten, die hier Folgeverspätungen sind, negativ-exponentiell verteilte Größen aufweisen und somit aus einem Wartesystem des Typs M/M/1 ([11] Abschnitt 9) zu stammen scheinen. Da die Mindestzugfolgezeiten im Vergleich zu den Ankunftsabständen nur wenig streuen (s. Anlage 9.1), also nahezu konstant sind, kann die beobachtete Verteilung der Wartezeiten nur aus der Beachtung der Rangordnung stammen. Dadurch erhalten die minderrangigen Züge erheblich größere Wartezeiten als bei gleichrangiger Bedienung, wodurch negativ-exponential verteilte Bedienungszeiten vorgetäuscht werden.

Es ist also zu erwarten, dass sich die Verteilung der Einbruchsverspätungen um so mehr einer negativen Exponentialverteilung nähert, je größer der Anteil der Folgeverspätungen aus rückliegenden Streckenabschnitten gegenüber dem der Urverspätungen wird. Die Hypothese, dass die Einbruchsverspätungen negativ-exponential verteilt sind, wird an Beispielen überprüft, wenn die Parameter der Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte ermittelt sind.

3.2. Die Entstehung der Folgeverspätungen

Folgeverspätungen können nur durch Einbruchsverspätungen und bereits im Streckenabschnitt aufgetretene Folgeverspätungen verursacht werden. Dabei stellt sich die Frage, in welcher Weise vor Plan verkehrende Züge an der Entstehung der Folgeverspätungen beteiligt sein können.

Vor Plan verkehrende Züge werden von den Betriebsleitstellen entweder auf bestehende Bedarfstrassen gelegt oder mit Hilfe vorbereiteter Unterlagen (Z-Linien) ad-hoc so geplant, dass ihre zeitliche Lage mit jenen der übrigen Züge nicht kollidiert, wenn diese planmäßig verkehren. Es wird hier davon ausgegangen, dass dadurch die Verteilung der Pufferzeiten nicht verändert wird: Dort wo zuerst zwei kleinere Pufferzeiten aufeinander folg-

ten, entsteht durch den Wegfall des vor Plan verkehrenden Zuges eine neue große Pufferzeit. Der vor Plan verkehrende Zug kann nur in eine große Pufferzeit gelegt werden und erzeugt dabei vor und nach seiner Trasse zwei kleine Pufferzeiten.

Die Besonderheit, dass vor Plan verkehrende Züge nach der Fahrdienstvorschrift der Deutschen Bundesbahn "nicht vorzeitig ab- oder durchgelassen werden dürfen, wenn dadurch andere Züge wesentlich aufgehalten werden", verweist vor Plan verkehrende Züge in die untersten Rangordnungsgruppen. Da es sich bei solchen Zügen meist um langsamere Güterzüge handelt, die ohnehin diesen Rangordnungsgruppen angehören, wird durch diese Bestimmung die Struktur der Rangordnungen kaum verändert.

Bei vor Plan verkehrenden Zügen bedeuten "Folgeverspätungen" zwar nur eine Verkürzung ihres Vorsprunges gegenüber der planmäßigen Lage, sie stellen aber trotzdem Stauerscheinungen dar, welche die Betriebsflüssigkeit beeinträchtigen.

Diese Überlegungen zeigen, dass die wirklichen betrieblichen Gegebenheiten am ähnlichsten erfasst werden, wenn man die vor Plan verkehrenden Züge hinsichtlich der Entstehung der Folgeverspätungen wie planmäßige Züge behandelt.

Im weiteren werden Folgeverspätungen, die durch Einbruchsverspätungen - einschließlich aller Urverspätungen - hervorgerufen werden, als Folgeverspätungen ersten Grades bezeichnet. Folgeverspätungen, die ihrerseits aus Folgeverspätungen des gleichen Streckenabschnittes stammen, werden als Folgeverspätungen höheren Grades bezeichnet.

Bei der Abfuhr von Zügen, die in einen Stau geraten sind, wird versucht, eine möglichst dichte Zugfolge zu erreichen. Dabei wird dann die Rangordnung der Züge vernachlässigt, wenn ihre Beachtung zu ungenutzten Zeitlücken führen würde. Man erreicht so ein Minimum an Folgeverspätungen.

Dadurch entsteht ein für die Eisenbahn typisches Wartemodell, bei dem die Rangordnung nur solange beachtet wird, als in längeren Warteschlangen keine zusätzlichen Wartezeiten verursacht werden. Die durchschnittlichen Wartezeiten in längeren Warteschlangen entsprechen daher jenen bei gleichrangiger Bedienung. Je kürzer dagegen Warteschlangen werden, desto genauer kann die gegenseitige Rangordnung der Züge beachtet werden.

Die Wartezeiten werden dann in hohem Maß von der Rangordnung abhängen.

Bei der Entscheidung über die Rangordnungen werden jeweils nur die der beiden an dem betreffenden Zugfolgefall beteiligten Züge verglichen. Damit müssen die Anzahl der Rangordnungsklassen und die Anzahl der Züge je Rangordnungsklasse nicht bekannt sein. Die Abhängigkeit der Rangordnung einer Zugattung von der Tageszeit verursacht zwar eine Änderung der Rangordnungsverhältnisse, die jedoch beim Auszählen der gleichrangigen Zugfolgefälle berücksichtigt werden kann.

3.3. Die Verteilungsfunktion der Einbruchsverspätungen

Ein Streckenabschnitt wird täglich von N Zügen durchfahren. Wie bereits erwähnt, sind darunter alle Betriebsvorgänge zu verstehen, welche die Strecke kurzzeitig belegen. Von diesen N Zügen wird in N_p Fällen täglich eine Einbruchsverspätung in die Strecke hineingetragen. Die Wahrscheinlichkeit g für das Auftreten einer Einbruchsverspätung beliebiger Größe wird als Verspätungsgrad bezeichnet und kann über das Verhältnis

$$(3.2) \quad g = \frac{N_p}{N}$$

geschätzt werden. Die Summe aller Einbruchsverspätungen je Tag beträgt P [min/Tag]. Teilt man diese Menge durch die Anzahl N der Züge je Tag, so erhält man die mittlere Einbruchsverspätung \bar{p} je Zug nach

$$(3.3) \quad \bar{p} = \frac{P}{N}$$

Die mittlere Einbruchsverspätung p_m je verspäteter Zug wird geschätzt, indem die Summe der Einbruchsverspätungen P je Tag durch die Anzahl N_p der Züge mit Einbruchsverspätung geteilt wird

$$(3.4) \quad p_m = \frac{P}{N_p}$$

Damit besteht zwischen g , \bar{p} und p_m der Zusammenhang

$$(3.4a) \quad p_m = \frac{\bar{p}}{g}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte w_p für das Auftreten einer Einbruchsverspätung von p Minuten sei unter der Voraussetzung, dass innerhalb der Fälle von Einbruchsverspätungen die Häufigkeiten des Auftretens negativ-exponential verteilt sind,

$$(3.4) \quad w_p = a \cdot e^{-m \cdot p}$$

Dabei bedeuten a und m Koeffizienten, die noch zu bestimmen sind.

3.4. Bestimmung der Koeffizienten a und m

Die erste zur Bestimmung der Koeffizienten a und m nutzbare Bedingung besteht in der Forderung, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten für alle p von 0 bis ∞ den Wert 1 ergeben muss. Dabei ist zu berücksichtigen, dass für $p = 0$ die Wahrscheinlichkeit $g_0 = 1 - g$ besteht. Damit weist die Wahrscheinlichkeitsdichte von p im Bereich von $p = 0$ einen singulären Punkt auf. Die Bedingung lautet also

$$(3.5) \quad 1 = 1 - g + \lim_{x \rightarrow 0} \int_{p=x}^{p=\infty} w_p dp$$

Nach dem Grenzübergang und nach Einsetzen von (3.4) wird

$$(3.6) \quad g = a \cdot \int_{p=0}^{p=\infty} e^{-m \cdot p} dp$$

$$\text{Dann ist} \quad g = -\frac{a}{m} \cdot e^{-m \cdot p} \Big|_{p=0}^{p=\infty}$$

$$\text{oder} \quad g = a/m$$

Der Koeffizient a ist damit definiert als

$$(3.7) \quad a = m \cdot g$$

Die zweite Bedingung zur Bestimmung der Koeffizienten a und m besteht in der Forderung, dass der Erwartungswert der Wahrscheinlichkeitsverteilung die mittlere Einbruchsverspätung \bar{p} je Zug ergeben muss. Er wird also über den beobachteten Durchschnitt geschätzt.

$$(3.8) \quad E(p) = \bar{p}$$

$$(3.9) \quad E(p) = w_0 \cdot 0 + \lim_{x \rightarrow 0} \int_{p=x}^{p=\infty} p \cdot w_p \cdot dp$$

Der zweite Summand wird für $x \rightarrow 0$ zu

$$(3.10) \quad \bar{p} = a \int_{p=0}^{p=\infty} p \cdot e^{-m \cdot p} dp.$$

Da für

$$(3.11) \quad a \int_{x=0}^{x=\infty} x^n \cdot e^{-m \cdot x} = \frac{a \cdot n!}{m^{n+1}} \quad \text{vgl. ([4] S.116, Formel 34)}$$

gilt, wird für $x = p$ und $n = 1$

$$(3.12) \quad \bar{p} = \frac{a}{m^2}.$$

Nach (3.7) ist $a = mg$. Damit wird

$$(3.13) \quad \bar{p} = \frac{g}{m} \quad \text{oder} \quad m = \frac{g}{\bar{p}}$$

und
$$\frac{1}{m} = \frac{\bar{p}}{g}.$$

Nach (3.2) und (3.3) ist m auch durch

$$(3.13) \quad m = \frac{N_p}{P}$$

definiert. Der Koeffizient a wird dann zu

$$(3.14) \quad a = \frac{g^2}{\bar{p}}$$

Durch Einsetzen der Koeffizienten a und m wird (3.1) zu

$$(3.15) \quad w_p = \frac{g^2}{\bar{p}} e^{-g \cdot p / \bar{p}}$$

Man erhält daraus durch Einsetzen von (3.13) als Dichte w_p der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$(3.16) \quad w_p = m \cdot g \cdot e^{-m \cdot p}$$

Der Koeffizient m ist der Kehrwert der mittleren Einbruchsverspätung p_m der verspäteten Züge gemäß

$$(3.17) \quad m = \frac{1}{p_m} .$$

3.5. Prüfung der Hypothese an praktischen Beispielen

Nur dann, wenn die Häufigkeitsverteilung der Einbruchsverspätungen wirklich zufällig ist, kann Formel (3.16) für die weiteren Überlegungen als Ausgangsbasis dienen. Die Hypothese wird an drei Beispielen mit Hilfe eines χ^2 -Testes überprüft.

Bei den Beispielen handelt es sich

- um die Verspätungen des Schnellzuges D 145 bei der Ankunft in Schwandorf (Opf) in der Zeit vom 1.7.1968 bis 30.9.1968 an 122 Verkehrstagen (Beispiel 1),

- um die von Dr.-Ing. Brettmann [3] auf der Strecke Bad Schwartau - Großenbrode vom 31.5. bis 4.7.1959 beobachteten Verspätungen (Beispiel 2) und

- um Verspätungen im Streckenabschnitt Offenburg-Gundelfingen der Strecke Mannheim-Basel vom 3.10.1969 (Beispiel 3).

Beispiel 1

Der Zug D 145 hatte bei der Abfahrt von Schwandorf (Opf) in der Zeit vom 1.6.1968 bis 30.9.1968 folgende Einbruchsverspätungen.

3/-/8/-/5/2/11/2/-/7/-/-/-/-/-/-/-/2/6/-/1/1/-/-/-/-/
2/-/-/13/6/-/-/1/3/-/4/-/5/-/2/3/-/-/-/-/2/-/-/3/-/-/3/-/
-/-/-/16/-/15/-/-/-/-/4/-/-/-/-/-/3/-/1/-/-/1/17/7/-/-/
-/1/-/-/-/-/1/4/1/-/-/-/1/-/1/1/-/2/-/-/1/-/-/-/-/-/-/
-/-/-/5/1/1/-/-/-/-/

Der Zug verkehrte demnach in 79 Fällen pünktlich und hatte in $N_p = 43$ Fällen zusammen $P = 179$ Minuten Verspätung. Die Zahl der untersuchten Verkehrstage betrug $N = 122$.

Damit wird

nach (3.1)
$$\bar{p} = \frac{179}{122} = 1,46721 \text{ min}$$

nach (3.2)
$$g = \frac{43}{122} = 0,35246$$

nach (3.13)
$$m = \frac{43}{179} = 0,24022$$

Die Anzahl der Verspätungsfälle je Klasse ist dann

(3.18)
$$h_p = N \cdot \int_{p=p_1}^{p=p_2} w_p$$

(3.19)
$$h_p = N \cdot g \cdot (e^{-m \cdot p_1} - e^{-m \cdot p_2})$$

Tabelle 3.1

p_1	p_2	mp_2	e^{-mp_2}	Nge^{-mp_2}	h_p	f_p	$f_p - h_p$	$\frac{(f_p - h_p)^2}{h_p}$
0	1,5	0,336308	0,71462	30,729	12,271	14	+1,729	0,243618
1,5	2,5	0,600550	0,54881	23,599	7,130	7	-0,130	0,002370
2,5	3,5	0,840770	0,43128	18,545	5,054	6	+0,946	0,177071
3,5	5,5	1,321210	0,26687	11,475	7,070	6	-1,070	0,161938
5,5	8,5	2,041870	0,13003	5,592	5,884	5	-0,884	0,132810
8,5	∞	∞	0	0	5,592	5	-0,592	0,062672
Σ						43		0,780479

Aus der Tabelle 3.1 ergibt sich für

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_p - h_p)^2}{h_p}$$

$$\chi^2 = 0,780479$$

Der Freiheitsgrad beträgt $n = 4$. Für diesen Freiheitsgrad und für eine Sicherheitsschwelle von $S = 95\%$ ist aus [5] Tafel II $\chi_{0,05}^2 = 9,488$ zu entnehmen. Damit ist die Hypothese der negativen Exponentialverteilung der Einbruchsverspätungen des untersuchten Zuges zulässig. Die Abweichungen können als zufällig betrachtet werden.

Beispiel 2

Brettmann ([3] Anlage 25) hat auf der Strecke Bad Schwartau-Großenbrode in der Zeit vom 31.5. bis 4.7.1959 insgesamt $N_p = 207$ Fälle von Einbruchsverspätung beobachtet. Davon fielen 194 Fälle in einen Bereich von $p < 21,5$ [min], der in Klassen von je drei Minuten aufgeteilt wurde. Die restlichen 13 Fälle wurden einer Klasse von $21,5 < p < \infty$ zugeteilt. Die mittlere Einbruchsverspätung p_m der verspäteten Züge kann daher nicht über die Summe der Einbruchsverspätungen geschätzt werden. Sie wird hier aus dem Durchschnitt der Parameter m_i berechnet, die aus der Häufigkeitssummenlinie ermittelt werden. Diese habe die Form

$$(3.20) \quad \sum_{i=1}^{i=-1} f_i = N_p \cdot (1 - e^{-m_i \cdot p_i})$$

Daraus ergibt sich für

$$(3.21) \quad e^{-m_i \cdot p_i} = 1 - \frac{1}{N_p} \cdot \sum_{i=1}^{i-1} f_i$$

und

$$(3.22) \quad m_i \cdot p_i = \ln \frac{N_p}{N_p - \sum_{i=1}^{i-1} f_i}$$

und als Schätzung für die mittlere Einbruchsverspätung der Züge mit Einbruchsverspätung

$$(3.23) \quad p_m = \frac{1}{M-1} \sum_{i=2}^M \frac{1}{m_i}$$

Ermittlung von p_m und χ^2 -Test

Tafel 3.2

p_i	f_i	$\sum f_i$	$e^{-m_i \cdot p_i}$	$m_i \cdot p_i$	$\frac{p_i}{p_i \cdot m_i}$	$m p_i$	$e^{-m p_i}$	$\Delta e^{-m p_i}$	h_i	$f_i - h_i$	$\frac{(f_i - h_i)^2}{h_i}$
0	85	0	1,0000	0,000	∞	0	1,0000	0,4084	84,547	+0,453	0,002426
3,5	52	85	0,5894	0,529	6,616	0,525	0,5916	0,2140	44,296	+7,704	1,339911
6,5	27	137	0,3382	1,084	5,996	0,974	0,3776	0,1368	28,321	-1,322	0,061686
9,5	16	164	0,2077	1,572	6,043	1,424	0,2408	0,0872	18,059	-2,059	0,234684
12,5	5	180	0,1304	2,04	6,127	1,874	0,1535	0,0552	11,434	-6,434	3,620295
15,5	6	185	0,1063	2,24	6,920	2,324	0,0984	0,0356	7,372	-1,372	0,255225
18,5	3	191	0,0773	2,56	7,227	2,770	0,0627	0,0227	4,700	-1,700	0,615146
21,5	13	194	0,0628	2,77	7,762	3,223	0,0399	0,0399	8,271	+4,729	2,704198
∞		207	0,0000	∞	-	-	0,0000	-	-	-	-
Σ	207				46,691				207,000	-0,001	8,833571

Da der Parameter m über den Durchschnitt beobachteter Einbruchsverspätungen geschätzt wurde, gilt als Freiheitsgrad $n = M - 2$. Da die beobachteten Werte in $M = 8$ Klassen eingeordnet wurden, ergibt sich für $n = 6$. Für eine statistische Sicherheit von $S = 95\%$ beträgt der Tafelwert

$\chi_{0,05}^2 = 12,592$ (Tafel II in [5]), während die tabellarische Berechnung in Tafel 3.2 für $\chi^2 = 8,834$ ergab. Die beobachteten Häufigkeiten weichen also nicht wesentlich von den theoretischen Häufigkeiten ab.

Das dritte Beispiel ist in Anlage 3.2 ausgeführt. Am 3.10.1963 trugen von $N = 104$ Zügen $N_p = 54$ Züge insgesamt 1146 Minuten Einbruchsverspätung in den Streckenabschnitt Offenburg-Lahr hinein. Die beobachteten Einbruchsverspätungen wurden in $M = 8$ Klassen so aufgeteilt, dass in jede Klasse $f_i \geq 5$ Fälle entfielen. Bei dem Freiheitsgrad $n = 6$ und einer Sicherheitsschwelle von $S = 95$ % beträgt der Tafelwert für $\chi_{0,05}^2 = 12,592$. Die in Anlage 3.2 durchgeführte tabellarische Berechnung ergab $\chi^2 = 6,113$. Die beobachtete Verteilung weist also nur zufällige Abweichungen von der theoretischen Verteilung auf.

Diese drei Beispiele bestätigen die Vermutung, dass die Einbruchsverspätungen einer negativen Exponentialverteilung folgen. Dies gilt nicht nur für jeden einzelnen Zug, sondern auch für die Einbruchsverspätungen aller Züge, die einen Streckenabschnitt durchfahren.

4. Die Häufigkeitsverteilung der Pufferzeiten

Bei Stadtschnellbahnen mit starrem Taktfahrplan sind die Abstände zwischen den einzelnen Fahrplantrassen gleich groß. Bei Fahrplänen von Fernbahnen mit gemischtem Betrieb (Zügen unterschiedlicher Geschwindigkeit und Rangordnung) sind unterschiedliche Größen bei den Abständen der Fahrplantrassen zu beobachten. Wenn man die Mindestzugfolgezeiten zwischen den einzelnen Zügen von den tatsächlichen im Fahrplan vorgesehenen Zugfolgezeiten abzieht, erhält man die Pufferzeiten zwischen diesen Zügen. Bei der Untersuchung konkreter Fahrpläne fällt auf, dass kleine Pufferzeiten relativ häufiger auftreten als große Pufferzeiten. Damit stellt sich die Frage, ob die Häufigkeitsverteilung der Pufferzeiten sich durch eine mathematische Funktion beschreiben lässt.

Prof. Potthoff ersetzt die Verteilung der Pufferzeiten durch das mathematische Modell einer negativen Exponentialverteilung, die er so ansetzt, dass

sie die Summe der absoluten theoretischen Häufigkeiten ab einer bestimmten Grenze r beschreibt. Nach [1] Gleichung (31.18) gilt

$$(4.1) \quad \sum_r^{\infty} h_r = N \cdot e^{-r/\bar{r}}$$

Darin ist:

r	Pufferzeit bestimmter Größe [min]
\bar{r}	Mittlere Pufferzeit [min]
N	Zahl der Züge je Tag
h_r	Häufigkeit des Auftretens einer Pufferzeit von r Minuten Dauer

Eine solche Verteilung entspricht der Verteilung der Zeitlücken im Straßenverkehr bei unbehindertem Verkehrsfluss. [10] Die Zufälligkeit der Pufferzeit-Verteilung entsteht hier nicht durch die individuelle Fahrweise der Straßenverkehrsteilnehmer, sondern auf dem Papier des Fahrplankonstrukteurs. Die unterschiedlichen Geschwindigkeiten, Verkehrswünsche der Kundschaft und ihre Folgen führen zu Zuglagen mit unregelmäßigen Abständen. Der Fahrplan stellt damit eine tägliche Wiederholung zufälliger Abstandsfolgen dar.

Für die Ermittlung der Erwartungswerte der Folgeverspätungen müssen die Wahrscheinlichkeiten w_r für das Auftreten von Pufferzeiten von r Minuten bekannt sein. Teilt man (4.1) durch N , so erhält man die Summenlinie der Wahrscheinlichkeiten.

$$(4.2) \quad \sum_r^{\infty} w_r = \frac{1}{N} \sum_r^{\infty} h_r$$

Durch Einsetzen von (4.1) erhält man das bestimmte Integral

$$(4.3) \quad \int_r^{\infty} w_r \cdot dr = e^{-\frac{r}{\bar{r}}}$$

der Verteilungsfunktion der Wahrscheinlichkeitsdichte w_r für den Bereich von $r = r$ bis $r = \infty$. Die Verteilungsfunktion selbst erhält man durch differenzieren dieser Summenfunktion nach der Pufferzeit r

$$(4.4) \quad w_r = \frac{1}{\bar{r}} \cdot e^{-\frac{r}{\bar{r}}}$$

Obwohl diese Verteilung durch Potthoff als bewiesen gelten kann, wurde in Anlage 4.1 die Hypothese durch ein weiteres Beispiel erhärtet. Der χ^2 -Test ergab sehr geringe, als zufällig zu betrachtende Abweichungen der beobachteten Häufigkeiten der Pufferzeiten von den theoretischen Häufigkeiten.

Durch diese Verteilung der Pufferzeiten ergeben sich Abfahrtsabstände, deren Minima für $r = 0$ aus den Mindestzugfolgezeiten bestehen. Kleinere Abfahrtsabstände sind ausgeschlossen. Die Abfahrtsabstände könnten nur sehr unvollkommen durch eine Erlang-Verteilung beschrieben werden, da diese für alle positiven Abstände theoretische Häufigkeiten $h > 0$ ergibt.

5 Die Größe der einzelnen Folgeverspätung

Als erster Schritt werden die Gesetzmäßigkeiten der Verspätungsübertragung zwischen zwei einander unmittelbar folgenden Zügen untersucht. Zwischen beiden Zügen liege eine bestimmte Pufferzeit. Jeder der beiden Züge kann eine Einbruchsverspätung mitbringen. Beide Züge können gleichrangig oder ungleichrangig sein. Auch die Mindestzugfolgezeiten zwischen beiden Zügen können in Abhängigkeit von der Reihenfolge unterschiedlich sein.

Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge wurde versucht, die möglichen zeitlichen Lagen der Züge in einer Vielzahl von Fällen graphisch darzustellen (Bild 5.1 und Bild 5.2). Dazu wurden auf der Achse "Fälle der Verspätungsübertragung" die möglichen Einzelfälle zu Bändern zusammengezogen. Dabei fallen auf den ersten Blick die erheblich größeren Flächen der Folgeverspätungen bei rangunterschiedlichen Zugfolgefällen auf.

5.1. Verspätungsübertragung auf den 2. Zug bei Gleichrang

Zwischen dem 1. und dem 2. Zug eines Zugfolgefalles bestehe eine Mindestzugfolgezeit der Größe z_1 . Zwischen dem 2. und dem 1. Zug habe die Mindestzugfolgezeit die Größe z_2 . Zwischen beiden Zügen liege eine bestimmte Pufferzeit der Größe r_1 . Der 2. Zug kann nur dann eine Folgeverspätung der Größe p_{f2} erhalten, wenn die Einbruchsverspätung p_1 des 1. Zuges größer ist als die Summe aus der Einbruchsverspätung p_2 des 2. Zuges und der Pufferzeit r_1 .

Wenn aber die Einbruchsverspätung des 1. Zuges so groß ist, dass der 1. Zug später als der 2. Zug in die Strecke einbricht, wird bei gleichrangigen Zügen die Reihenfolge der Züge vertauscht. p_1 muss also kleiner als $r_1 + p_2 + z_1$ sein, damit der 2. Zug eine Folgeverspätung erhalten kann.

Die verschiedenen Möglichkeiten der gegenseitigen zeitlichen Lage und die daraus jeweils entstehenden Folgeverspätungen sind in Bild 5.1 für gleichrangige Zugfolgefälle dargestellt.

$$z_1 + r_1 + p_2 + z_2 + p_{f2g} = p_1 + z_1 + z_2$$

Damit wird die Folgeverspätung

$$(5.1) \quad p_{f2g} = p_1 - r_1 - p_2$$

Eine solche Folgeverspätung kann jedoch nur innerhalb der Grenzen

$$r_1 + p_2 < p_1 < r_1 + p_2 + z_1$$

aufzutreten.

5.2. Folgeverspätung des 2. Zuges bei Vorrang des 1. Zuges

Wenn der 1. Zug dem 2. gegenüber Vorrang besitzt, so darf in keinem Fall eine Verspätung von dem 2. auf den 1. Zug übertragen werden. Der 2. Zug wird also weiter als im Fall Gleichrang aus seiner Lage verdrängt. Bild 5.2 zeigt, dass die Grenze der Verspätungsübertragung um z_2 hinausgeschoben wird.

$$z_1 + r_1 + p_2 + z_2 + p_{f2v} = p_1 + z_1 + z_2$$

Damit wird die Folgeverspätung

$$(5.2) \quad p_{f2v} = p_1 - r_1 - p_2$$

Sie kann nur innerhalb der Grenzen

$$r_1 + p_2 < p_1 < r_1 + p_2 + z_1 + z_2$$

aufzutreten.

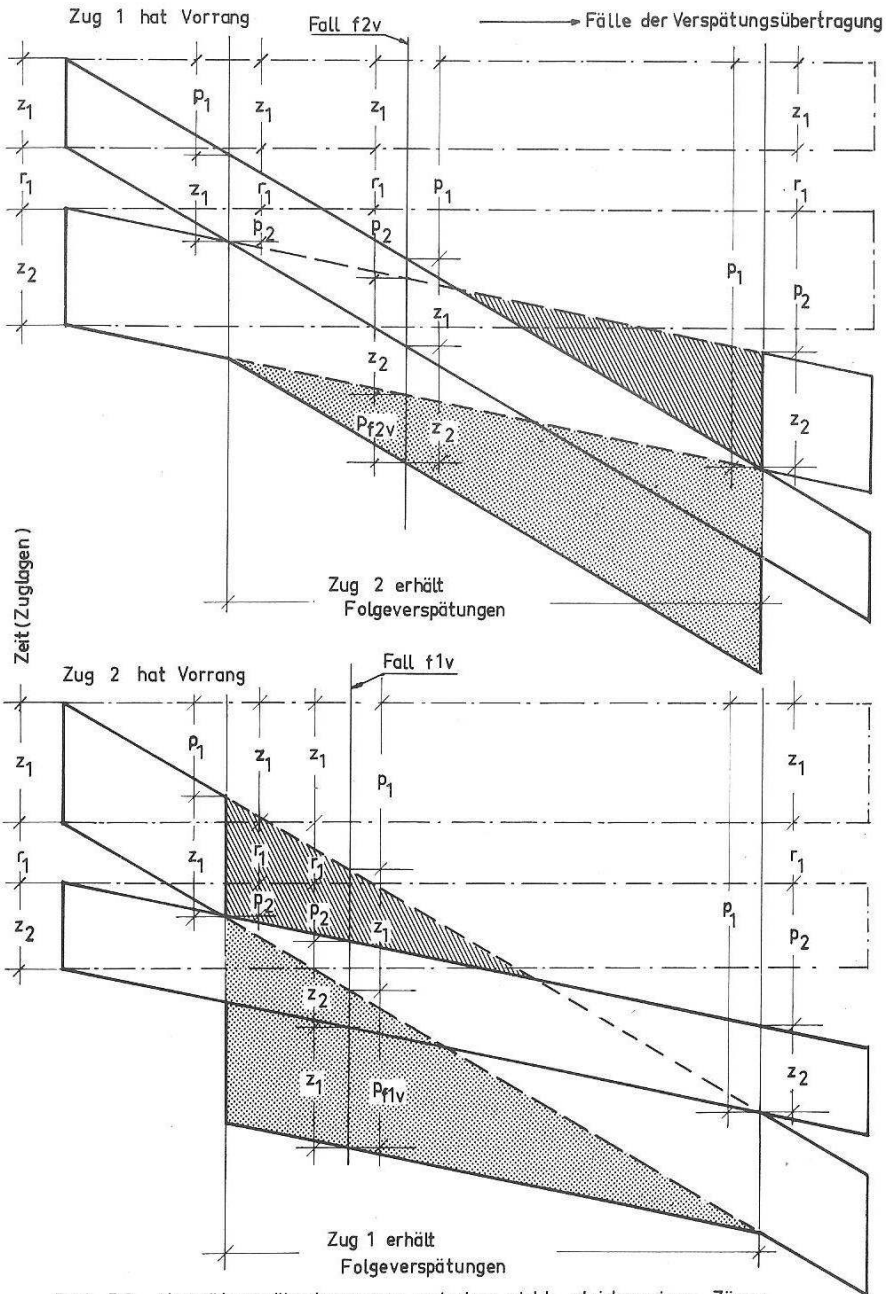


Bild 5.2 Verspätungsübertragungen zwischen nicht gleichrangigen Zügen

5.3. Folgeverspätung des 1. Zuges bei Gleichrang

Sind zwei aufeinander folgende Züge ranggleich, dann wird die Reihenfolge beider Züge vertauscht, wenn die Einbruchsverspätung des 1. Zuges um soviel größer als die des zweiten Zuges ist, dass der 1. Zug die Strecke erst nach dem 2. Zug belegen würde. In diesem Fall wird der 1. Zug bis zur Größe der vollen Mindestzugfolgezeit z_2 zwischen dem 2. und dem 1. Zug zusätzlich verspätet. Je mehr dabei die Einbruchsverspätung des 1. Zuges die des 2. übersteigt, desto geringer wird die Folgeverspätung des 1. Zuges (Bild 5.1). Die Einbruchsverspätung p_1 muss also um die Pufferzeit r_1 zwischen dem 1. und 2. Zug und um die Mindestzugfolgezeit zwischen dem 1. und 2. Zug (z_1) größer sein als die Einbruchsverspätung p_2 des 2. Zuges, damit eine Verspätungsübertragung auf den 1. Zug stattfinden kann. Ist darüber hinaus p_1 noch um z_2 größer, so wird keine Verspätung mehr zwischen dem 1. und 2. Zug übertragen.

Im Fall Gleichrang gilt nach Bild 5.1 für die Folgeverspätung p_{f1g} des 1. Zuges

$$(5.3) \quad z_1 + r_1 + p_2 + z_1 + z_2 = p_{f1g} + z_1 + p_1$$

Damit wird diese Folgeverspätung

$$(5.4) \quad p_{f1g} = z_2 + z_1 + r_1 + p_2 - p_1.$$

Sie kann nur innerhalb der Grenzen

$$(5.4) \quad z_1 + r_1 + p_2 < p_1 < z_1 + z_2 + r_1 + p_2$$

auftreten.

5.4. Folgeverspätung des 1. Zuges bei Vorrang des 2. Zuges

Hat der 2. Zug gegenüber dem 1. Zug Vorrang, so wird die Reihenfolge beider Züge bereits vertauscht, wenn die Einbruchsverspätung des 1. Zuges größer wird als die Summe aus der Pufferzeit r_1 und der Einbruchsverspätung p_2 des 2. Zuges. Die Größe der Folgeverspätung und die obere Grenze für p_1 bleiben die gleichen wie in (5.4).

Im Fall Vorrang des 2. Zuges beträgt die Folgeverspätung p_{f1v} des 1. Zuges nach Bild 5.2

$$(5.5) \quad p_{f1v} = z_2 + z_1 + r_1 + p_2 - p_1$$

für p_1 in den Grenzen $r_1 + p_2 < p_1 < z_1 + z_2 + r_1 + p_2$

6. Mittlere Folgeverspätung zwischen zwei bestimmten Zügen

Wenn man für alle vorkommenden Einbruchsverspätungen die daraus resultierenden Folgeverspätungen errechnet und diese dann mit den Häufigkeiten der Einbruchsverspätungen multipliziert, so ergibt die Summe dieser Produkte die Gesamtmenge aller zwischen beiden Zügen übertragenen Folgeverspätungen. Diese sind dann je nach den Rangordnungsverhältnissen unterschiedlich.

Anstelle der Häufigkeiten der Einbruchsverspätungen kann man auch mit den Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens rechnen und erhält dann als Erwartungswert das Mittel aller Folgeverspätungen.

Die beiden an dem Zugfolgefall beteiligten Züge sollen unterschiedliche mittlere Einbruchsverspätungen und unterschiedliche Verspätungsgrade haben. Damit sind auch die Wahrscheinlichkeiten der Einbruchsverspätungen w_{p1} und w_{p2} unterschiedlich.

Es sei

$$(6.1.) \quad w_{p1} = m_1 \cdot g_1 \cdot e^{m_1 \cdot p_1}$$

und

$$(6.2) \quad w_{p2} = m_2 \cdot g_2 \cdot e^{-m_2 \cdot p_2}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zug pünktlich verkehrt, sei für den ersten Zug

$$(6.3) \quad g_{01} = 1 - g_1$$

und für den zweiten Zug

$$(6.4) \quad g_{02} = 1 - g_2.$$

Die Einbruchsverspätung p_2 des 2. Zuges entspricht in ihrer Wirkung auf die Folgeverspätungen der Pufferzeit r_1 . Die Summe aus Pufferzeit r_1 und Einbruchsverspätung p_2 wird deshalb zur Verbesserung der Übersichtlichkeit als „effektive Pufferzeit“ u zwischen beiden Zügen eingeführt.

$$(6.5) \quad u = r_1 + p_2$$

Die effektive Pufferzeit ist jene Zeitspanne, um die eine Zugfahrt später abgeschlossen sein darf, ohne eine ihr in der ursprünglichen Reihenfolge unmittelbar oder mittelbar und verspätet folgende Zugfahrt aus ihrer Lage zu verdrängen, oder von ihr zum Wechsel der Reihenfolge gezwungen zu werden.

6.1. Mittlere Folgeverspätung des zweiten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit bei Gleichrang

Die mittlere Folgeverspätung p_{uf2g} des 2. Zuges in Abhängigkeit von u im Fall der Gleichrangigkeit ergibt sich als Erwartungswert aus (5.1) durch Wichtung mit w_{p1}

$$(6.6) \quad \bar{p}_{uf2g} = \int_{p_1=u}^{p_1=u+z_1} (p_1 - u) \cdot w_{p1} \cdot dp_1$$

oder

$$\bar{p}_{uf2g} = \int_{p=u}^{p_1=u+z_1} p_1 \cdot m_1 \cdot g_1 \cdot e^{-m_1 \cdot p_1} \cdot dp_1 - u \int_{p_1=u}^{p_1=u+z_1} m_1 \cdot g_1 \cdot e^{-m_1 \cdot p_1} \cdot dp_1$$

$$\bar{p}_{uf2g} = m_1 \cdot g_1 \left[\int_{p_1=u}^{p_1=u+z_1} p_1 \cdot e^{-m_1 \cdot p_1} dp_1 - u \int_{p_1=u}^{p_1=u+z_1} e^{-m_1 \cdot p_1} dp_1 \right]$$

Für die Integration wird $-m_1 \cdot p_1 = t$ gesetzt.

Dann ist
$$dp_1 = -\frac{1}{m_1} dt$$

Außerdem ist
$$p_1 = \frac{t}{-m_1}$$

Mit der neuen Variablen t wird

$$(6.7) \quad \bar{p}_{uf2g} = m_1 \cdot g_1 \left[\frac{1}{m_1^2} \cdot t \cdot e^{+t} dt + \frac{u}{m_1} e^{+t} dt \right]$$

$$\bar{p}_{uf2g} = g_1 \left[\frac{1}{m_1} e^t (t - 1) + u e^t \right]$$

oder

$$\bar{p}_{uf2g} = g_1 \left[\frac{1}{m_1} e^{-m_1 \cdot p_1} (-m_1 \cdot p_1 - 1) + u \cdot e^{-m_1 \cdot p_1} \right]_{p_1=u}^{p_1=u+z_1}$$

Nach Einsetzen der Grenzen wird

$$\begin{aligned} \bar{p}_{uf2g} = g_1 & \left[\frac{1}{m_1} e^{-m_1(u+z_1)} (-m_1 \cdot u - m_1 \cdot z_1 - 1) + \right. \\ & \left. + u \cdot e^{-m_1 \cdot u} \cdot e^{-m_1 \cdot z_1} - \frac{1}{m_1} e^{-m_1 \cdot u} (-m_1 \cdot u - 1) - u \cdot e^{-m_1 \cdot u} \right] \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \bar{p}_{u2fg} = g_1 \cdot e^{-m_1 \cdot u} & \left[-u \cdot e^{-m_1 \cdot z_1} - z_1 \cdot e^{-m_1 \cdot z_1} - \frac{e^{-m_1 \cdot z_1}}{m_1} + \right. \\ & \left. + u \cdot e^{-m_1 \cdot z_1} + u + \frac{1}{m_1} - u \right] \end{aligned}$$

Diese Gleichung lässt sich zusammenfassen zu

$$\bar{p}_{uf2g} = \frac{g_1}{m_1} \cdot e^{-m_1 \cdot u} [-m_1 \cdot z_1 \cdot e^{-m_1 \cdot z_1} - e^{-m_1 \cdot z_1} + 1]$$

Nach (3.13) ist $m = \frac{g}{\bar{p}}$

woraus folgt, dass für $\frac{g_1}{m_1} = \bar{p}_1$

gesetzt werden kann. Setzt man diese Beziehung in die Gleichung für p_{uf2g} ein, so erhält man den Erwartungswert der Folgeverspätung des zweiten Zuges bei Gleichrang in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit u

$$(6.8) \quad \bar{p}_{uf2g} = \bar{p}_1 \cdot e^{-m_1 \cdot u} [1 - m_1 \cdot z_1 \cdot e^{-m_1 \cdot z_1} - e^{-m_1 \cdot z_1}]$$

6.2. Mittlere Folgeverspätung des zweiten Zuges bei Vorrang des ersten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit

Da die hier gültige Ausgangsgleichung (5.2) identisch ist mit der für Gleichrang gültigen Gleichung (5.1) sind nur die Änderungen der Integrationsgrenzen zu berücksichtigen. Während die untere Grenze unverändert bleibt, wird die obere Grenze um z_2 weiter hinausgeschoben. Dadurch tritt an die Stelle von z_1 in Gleichung (6.8) die Summe $z_1 + z_2$.

Damit erhält man als Erwartungswert der Folgeverspätung des zweiten Zuges bei Vorrang des ersten Zuges die Gleichung

$$(6.9) \quad \bar{p}_{uf2v} = \bar{p}_1 \cdot e^{-m_1 \cdot u} \cdot [1 - m_1 \cdot (z_1 + z_2) \cdot e^{-m_1 \cdot (z_1 + z_2)} - e^{-m_1 \cdot (z_1 + z_2)}]$$

6.3 Mittlere Folgeverspätung des ersten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit bei Gleichrang

Durch Wichtung der Gleichung (5.4) mit der Wahrscheinlichkeit w_{p_1} der Einbruchsverspätungen des ersten Zuges und Integration über p_1 in den Grenzen $z_1 + u \leq p_1 \leq z_1 + z_2 + u$ erhält man den Erwartungswert \bar{p}_{uf1g} des ersten Zuges bei Gleichrang in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit u

$$(6.10) \quad \bar{p}_{uf1g} = \int_{p_1=z_1+u}^{p_1=z_1+z_2+u} (z_2 + z_1 + u - p_1) \cdot w_{p_1} \cdot dp_1$$

Daraus ergibt sich durch Einsetzen von (6.1) und Aufteilung des Klammerausdrucks unter Verwendung des Zusammenhangs (3.13)

$$\bar{p}_{uf1g} = \bar{p}_1 \left[m_1^2 (z_1 + z_2 + u) \int e^{-m_1 p_1} dp_1 - m_1^2 \int p_1 e^{-m_1 p_1} dp_1 \right]$$

und nach Lösung der Integrale

$$\bar{p}_{uf1g} = \bar{p}_1 \left[m_1 (z_1 + z_2 + u) \cdot e^{-m_1 p_1} - (-m_1 \cdot p_1 - 1) \cdot e^{-m_1 p_1} \right]_{p_1=z_1+u}^{p_1=z_1+z_2+u}$$

Nach dem Einsetzen der Grenzen wird

$$\bar{p}_{uf1g} = \bar{p}_1 \left\{ \begin{array}{l} e^{-m_1(z_1+z_2+u)} [-m_1(z_1+z_2+u) + 1 + m_1(z_1+z_2+u)] - \\ - e^{-m_1(z_1+u)} [-m_1(z_1+z_2+u) + 1 + m_1(z_1+u)] \end{array} \right\}$$

Durch Ausklammern gleicher Faktoren ergibt sich

$$(6.11) \quad \bar{p}_{uf1g} = \bar{p}_1 \cdot e^{-m_1 u} \cdot e^{-m_1 z_1} (e^{-m_1 z_2} + m_1 \cdot z_2 - 1)$$

als der Erwartungswert oder die mittlere Folgeverspätung des ersten Zuges bei Gleichrang in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit u .

6.4. Mittlere Folgeverspätung des ersten Zuges bei Vorrang des zweiten Zuges in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit

Auch hier ist wieder die Größe der einzelnen übertragenen Verspätungen gleich groß wie im Fall "Gleichrang", (5.5)=(5.4). Die untere Integrationsgrenze greift allerdings um z_1 weiter zurück. Daher gilt für die mittlere Folgeverspätung des ersten Zuges bei Vorrang des zweiten Zuges

$$(6.12) \quad \bar{p}_{uf1v} = m_1 g_1 \left[\frac{z_1 + z_2 + u}{m_1} e^{-m_1 p_1} - \frac{-m_1 p_1 - 1}{m_1^2} e^{-m_1 p_1} \right]_{p=u_1}^{p_1=u+z_1+z}$$

Nach dem Einsetzen der Grenzen wird

$$\bar{p}_{uf1v} = \bar{p}_1 e^{-m_1 u} \left[e^{-m_1(z_1+z_2)} \left(\begin{array}{l} -m_1 z_1 - m_1 z_2 - m_1 u + \\ + m_1 z_1 + m_1 z_2 + m_1 u + 1 \end{array} \right) + \right. \\ \left. + m_1 z_1 + m_1 z_2 + m_1 u - m_1 u - 1 \right]$$

Durch Zusammenfassen dieser Gleichung erhält man den Erwartungswert der Folgeverspätung des ersten Zuges bei Vorrang des zweiten Zuges

$$(6.13) \quad \bar{p}_{uf1v} = p_1 e^{-m_1 u} \left[e^{-m_1(z_1+z_2)} + m_1(z_1 + z_2) - 1 \right].$$

6.5. Zusammenfassung der Folgeverspätungen bei Gleichrang

Wenn beide Züge ranggleich sind, dann beträgt die gesamte zwischen ihnen übertragene Folgeverspätung in Abhängigkeit von der effektiven Pufferzeit u

$$\bar{p}_{ufg} = \bar{p}_{uf1g} + \bar{p}_{uf2g}$$

Die Folgeverspätung kann entweder auf den ersten oder auf den zweiten Zug (vgl. Bild 5.1) übertragen werden.

Durch Einsetzen von (6.11) und (6.13) erhält man als Summe der Erwartungswerte

$$(6.14) \quad \bar{p}_{ufg} = \bar{p}_1 e^{-m_1 u} \left[1 - m_1 z_1 e^{-m_1 z_1} - e^{-m_1 z_1} + e^{-m_1 z_1} (e^{-m_1 z_2} + m_1 z_2 - 1) \right]$$

Nach der Fahrdienstvorschrift der Deutschen Bundesbahn § 23 (15) sind gleichschnelle Züge im allgemeinen als gleichrangig zu betrachten. Bei gleichrangigen Zugfolgefällen können sich also die Mindestzugfolgezeiten nur unwesentlich unterscheiden, so dass z_1 und z_2 durch die mittlere Mindestzugfolgezeit der gleichrangigen Zugfolgefälle ersetzt werden können. Damit wird

$$(6.15) \quad \bar{p}_{ufg} = \bar{p} \left(1 - e^{-m_1 \bar{z}_g} \right)^2 e^{-m_1 u}$$

Da $u = r_1 + p_2$ ist, erhält man für

$$\bar{p}_{ufg} = \bar{p} \left(1 - e^{-m_1 \bar{z}_g} \right)^2 e^{-m_1 r_1} e^{-m_1 p_2}$$

Sowohl für r_1 als auch für p_2 bestehen unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens. Wenn $p_2 = 0$ ist, wird $e^{-m_1 p_2} = 1$. Die mittlere Folgeverspätung bei Gleichrang und völliger Pünktlichkeit des 2. Zuges ist dann

$$\bar{p}_{fg0} = \bar{p}_1 \left(1 - e^{-m_1 \bar{z}_g} \right)^2 \int_{r_1=0}^{\infty} e^{-m_1 r_1} w_{r_1} dr_1$$

und nach Einsetzen von (4.4)

$$(6.16) \quad \bar{p}_{fg0} = \bar{p}_1 \left(1 - e^{-m_1 \bar{z}_g} \right)^2 \frac{1}{\bar{r}_1} \int_{r_1}^{\infty} e^{-r_1(m_1 + 1/\bar{r})} dr_1$$

Die Lösung dieses Integrals ergibt

$$(6.17) \quad \bar{p}_{fg0} = \frac{\bar{p}_1 \left(1 - e^{-m_1 \bar{z}_g} \right)^2}{m_1 \bar{r}_1 + 1}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass $p_2 = 0$ ist, beträgt $w_0 = 1 - g_2$. Mit einer Wahrscheinlichkeit von g_2 ist dann $p > 0$. In diesem Fall gilt für die Dichte w_{p_2} der Wahrscheinlichkeitsverteilung von p_2

$$w_{p_2} = m_2 g_2 e^{-m_2 p_2}$$

Damit wird

$$(6.18) \quad p_{fgp} = \bar{p}_{fg0} \int_{p_2=0}^{\infty} e^{-m_1 p_2} w_{p_2} dp_2$$

oder, durch Einsetzen von (4.4)

$$\bar{p}_{fgp} = \bar{p}_{fg0} m_2 g_2 \int_{p_2=0}^{\infty} e^{-p_2(m_1+m_2)} dp_2$$

Die Lösung dieses Integrals lautet

$$(6.19) \quad \bar{p}_{fgp} = \bar{p}_{fg0} \frac{m_2 g_2}{m_1 + m_2}$$

Der Erwartungswert der Einbruchsverspätung p_{fg} , die zwischen zwei gleichrangigen Zügen bei allen auftretenden Einbruchsverspätungen und Pufferzeiten übertragen wird, besteht aus der Summe $p_{fgo} + p_{fgp}$. Die Addition der Gleichungen (6.17) und (6.19) ergibt

$$(6.20) \quad \bar{p}_{fg} = \bar{p}_1 \frac{(1 - e^{-m_1 \bar{z}_g})^2}{m_1 \bar{r} + 1} \left(1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2} \right)$$

6.6. Zusammenfassung der Folgeverspätungen bei Vorrang

Wenn man die Gleichungen (6.8), (6.9), (6.11) und (6.13) für

\bar{p}_{uf2g} , \bar{p}_{uf2v} , \bar{p}_{uf1g} und \bar{p}_{uf1v} miteinander vergleicht, so zeigt sich, dass sie alle die Struktur

$$(6.21) \quad \bar{p}_{uf} = C \cdot f(u)$$

aufweisen, wobei stets

$$(6.22) \quad f(u) = e^{-m_1 u}$$

ist. Damit muss für den Erwartungswert der Folgeverspätung bei Vorrang folgender Ansatz gelten:

$$(6.23) \quad \bar{p}_{fv} = C \cdot \left[\int_{r_1=0}^{\infty} e^{-m_1 r_1} w_{r_1} dr_1 + \int_{r_1=0}^{\infty} \int_{p_2=0}^{\infty} e^{-m_1 p_2} e^{-m_1 r_1} w_{p_2} w_{r_1} dp_2 dr_1 \right]$$

Die Lösung dieser Gleichung ist identisch mit der in den Gleichungen (6.15) bis (6.20) hergeleiteten Lösung, so dass sich für

$$(6.24) \quad \bar{p}_{fv} = C \cdot \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2}}{m_1 \bar{r} + 1}$$

ergibt. Für die mittlere Folgeverspätung des 2. Zuges bei Vorrang des 1. Zuges ist

$$(6.25) \quad C = p_{uf2v} \cdot e^{-m_1 u}.$$

Setzt man nun (6.9) in (6.25) und (6.25) in (6.24), so erhält man als **Erwartungswert der Folgeverspätung des 2. Zuges bei Vorrang des 1. Zuges**, der als mittlere Folgeverspätung aus diesen Zugfolgenfällen zu sehen ist

$$(6.26) \quad \bar{p}_{fv2} = \bar{p}_1 \cdot \left[1 - m_1(z_1 + z_2)e^{-m_1(z_1+z_2)} - e^{-m_1(z_1+z_2)} \right] \cdot \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2}}{m_1 \bar{r} + 1}$$

und für die **mittlere Folgeverspätung des 1. Zuges bei Vorrang des 2. Zuges**

$$(6.27) \quad \bar{p}_{fv1} = \bar{p}_1 \cdot \left[e^{-m_1(z_1+z_2)} + m_1(z_1 + z_2) - 1 \right] \cdot \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2}}{m_1 \bar{r} + 1}$$

In beiden Gleichungen sind die Mindestzugfolgezeiten z_1 und z_2 nur als Summe $z_1 + z_2$ enthalten. Wenn man die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z}_v aus rangunterschiedlichen Zugfolgenfällen durch

$$(6.28) \quad \bar{z}_v = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

definiert, so vereinfachen sich die Gleichungen (6.26) und (6.27) zu

$$(6.29) \quad \bar{p}_{fv2} = \bar{p}_1 \cdot \left[1 - 2m_1 \bar{z}_v e^{-2m_1 \bar{z}_v} - e^{-2m_1 \bar{z}_v} \right] \cdot \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2}}{m_1 \bar{r} + 1}$$

und zu

$$(6.30) \quad \bar{p}_{fv1} = \bar{p}_1 \cdot \left[e^{-2m_1 \bar{z}_v} + 2m_1 \bar{z}_v - 1 \right] \cdot \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2}}{m_1 \bar{r} + 1}$$

Bei der Zusammenfassung der Erwartungswerte \bar{p}_{fv2} und \bar{p}_{fv1} zum Erwartungswert der Folgeverspätung aus ungleichrangigen Zugfolgefällen ist zu beachten, dass entweder der erste oder der zweite Zug Vorrang besitzt. Es ist anzunehmen, dass im Durchschnitt über viele Zugfolgefälle zufällig ebenso viele Zugfolgefälle minderrangig-höherrangig als höherrangig-minderrangig auftreten werden. Beide Erwartungswerte sind also zu addieren.

Bei rangunterschiedlichen Zugfolgefällen erhält jedoch, entsprechend dem Ziel des Gebens von Vorrang, der ranghöhere Zug keine Folgeverspätungen. Folgeverspätungen können daher nur in der Hälfte aller möglichen Übertragungsfälle auftreten. Daher gilt für

$$(6.31) \quad \bar{p}_{fv} = \frac{\bar{p}_{fv2} + \bar{p}_{fv1}}{2}$$

Setzt man (6.29) und (6.30) in (6.31) ein, so erhält man

$$(6.32) \quad \bar{p}_{fv} = \bar{p}_1 \cdot \left[1 - 2m_1 \bar{z}_v e^{-2m_1 \bar{z}_v} - e^{-2m_1 \bar{z}_v} + e^{-2m_1 \bar{z}_v} + 2m_1 \bar{z}_v - 1 \right] \cdot \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2}}{2 \cdot (m_1 \bar{r} + 1)}$$

und zusammengefasst

$$(6.33) \quad \bar{p}_{fv} = \bar{p}_1 \cdot \left[m_1 \cdot \bar{z}_v \left(1 - e^{-2m_1 \bar{z}_v} \right) \right] \cdot \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1 / m_2}}{m_1 \cdot \bar{r} + 1}$$

7. Mittlere Folgeverspätung bei bunter Mischung der Rangordnungsverhältnisse

Für die Rangordnung der Züge lassen sich keine allgemeinen Regeln in der Art aufstellen, dass grundsätzlich Züge der Gattung X gegenüber jenen der Gattung Y Vorrang haben. Generell ist nur festgelegt, dass im allgemeinen schnellere Züge ranghöher sind, durchfahrende Züge Vorrang vor haltenden Zügen und einfahrende Züge Vorrang vor ausfahrenden Zügen erhalten sollen. Unter Berücksichtigung der zugelassenen Ausnahmen, kommt man der Praxis am nächsten, wenn man an den tatsächlichen Zugfolgen eines Tages aus zählt, in welchen Fällen der Fahrdienstleiter oder Zugleiter einander planmäßig folgende Züge als gleichrangig betrachtet. Diese Anzahl N_g der gleichrangigen Zugfolgen stellt einen bestimmten Anteil an der Gesamtanzahl N aller Zugfolgen dar. Er wird der Wahrscheinlichkeit w_g des Auftretens gleichrangiger Zugfolgen gleichgesetzt.

$$(7.1) \quad w_g = \frac{N_g}{N}$$

Die ungleichrangigen Zugfolgen treten mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - w_g$ auf.

Für die mittlere Folgeverspätung \bar{p}_{f1} für die unmittelbare Verspätungsübertragung zwischen zwei einander in planmäßiger oder vertauschter Reihenfolge folgenden Zügen gilt demnach

$$(7.2) \quad \bar{p}_{f1} = w_g \bar{p}_{fg} + (1 - w_g) \bar{p}_{fv}$$

Setzt man in (7.2) die Gleichungen (6.20) und (6.32) ein, so erhält man

$$(7.3) \quad \bar{p}_{f1} = \bar{p}_1 \frac{1 - g_2 + \frac{g_2}{1 + m_1/m_2}}{(m_1 \bar{r} + 1)} \left[w_g (1 - e^{-m_1 \bar{z}_g})^2 + \right. \\ \left. + (1 - w_g) m_1 \bar{z}_v (1 - e^{-2m_1 \bar{z}_v}) \right].$$

Da jeder Zug einmal die Rolle des ersten und einmal die des zweiten Zuges spielt, ist \bar{p}_{f1} die Folge einer durchschnittlichen Verteilung der Einbruchsverspätungen.

$$\text{Dadurch kann man für } \begin{aligned} g_1 &= g_2 = g, \\ \bar{p}_1 &= \bar{p}_2 = \bar{p} \end{aligned}$$

und

$$m_1 = m_2 = m$$

setzen, Von allen Zügen wird ein Anteil $1 - g$ pünktlich am Beginn des Streckenabschnittes eintreffen. Bei einem Anteil g sind Einbruchsverspätungen der Größe p (von p Minuten Dauer) mit einer Wahrscheinlichkeit

$$(7.4) \quad w_p = m \cdot g \cdot e^{-m \cdot p}$$

zu erwarten. Damit wird die mittlere (durchschnittliche) Folgeverspätung p_{f1} , die zwischen jeweils zwei einander in planmäßiger oder vertauschter Reihung folgenden Zügen unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Rangordnung übertragen wird

$$(7.5) \quad \bar{p}_{f1} = \bar{p} \frac{1 - \frac{g}{2}}{m \bar{r} + 1} \left[w_g (1 - e^{-m \bar{z}_g})^2 + (1 - w_g) m \bar{z}_v (1 - e^{-2m \bar{z}_v}) \right]$$

Wenn man den Ausdruck

$$(7.6) \quad \bar{p} \cdot \left(1 - \frac{g}{2}\right) \cdot \left[w_g (1 - e^{-m \bar{z}_g})^2 + (1 - w_g) m \bar{z}_v (1 - e^{-2m \bar{z}_v}) \right] = K$$

setzt, vereinfacht sich (7.5) zu der für die weiteren Überlegungen zweckmäßigen Form

$$(7.7) \quad \bar{p}_{f1} = \frac{K}{m\bar{r} - 1}$$

Dadurch wird bei gegebenen Einbruchsverspätungen, Mischungsverhältnissen der Rangordnungen und Mindestzugfolgezeiten

$$(7.8) \quad \bar{p}_{f1} = K \cdot f(\bar{r})$$

In diesem Stadium der Entwicklung der Bemessungsgleichung sind die Folgen sehr großer Einbruchsverspätungen und die Folgen der Bildung von Warteschlangen mit $n_w > 1$ noch nicht enthalten.

8. Verspätungsübertragung bei großen Einbruchsverspätungen

Wenn die Einbruchsverspätung eines ersten Zuges um die Mindestzugfolgezeiten zwischen dem ersten und zweiten Zug und zwischen dem zweiten und ersten Zug und um die Pufferzeit zwischen beiden Zügen größer ist, als die Einbruchsverspätung des zweiten Zuges, dann kann in keinem Fall mehr eine Verspätung zwischen diesen Zügen übertragen werden. Trotzdem entstehen aber noch Folgeverspätungen und zwar dann, wenn der erste Zug eine so große Einbruchsverspätung mitbringt, dass er einen planmäßig dritten, vierten oder noch späteren Zug verdrängt oder von einem solchen Zug weiter verdrängt wird.

In diesem Fall tritt ein planmäßig dritter Zug an die Stelle zweiten Zuges. Wenn die Einbruchsverspätung des ersten Zuges so groß wird, dass auch zwischen dem ersten und dritten Zug die Reihenfolge vertauscht wird, dann übernimmt ein ursprünglich vierter Zug die Rolle des zweiten Zuges. Die Gesetzmäßigkeiten der Verspätungsübertragung ändern sich dabei nicht. Die Wahrscheinlichkeit für solche Fälle nimmt jedoch mit wachsendem planmäßigem Abstand ab, weil die verursachenden Einbruchsverspätungen, infolge der negativ-exponential verteilten Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens mit zunehmender Größe seltener werden.

Da die Grundgleichungen nach (6.21) eine Funktion der effektiven Pufferzeit u sind, können mit ihnen auch alle übrigen Fälle erfasst werden, bei

welchen Folgeverspätungen ersten Grades übertragen werden. Während für \bar{p}_{f1} ,

$$(8.1) \quad u_1 = r_1 + p_2$$

galt, wird u_2 um die Mindestzugfolgezeit zwischen dem ersten und zweiten Zug und um die Pufferzeit zwischen dem zweiten und dritten Zug größer. Außerdem tritt an die Stelle der Einbruchsverspätung des zweiten Zuges jene des dritten Zuges p_3 . Damit wird nun die effektive Pufferzeit zum dritten Zug

$$(8.2) \quad u_2 = r_1 + z_1 + r_2 + p_3$$

und die effektive Pufferzeit u_3 zwischen erstem und viertem Zug

$$(8.3) \quad u_3 = r_1 + z_1 + r_2 + z_2 + r_3 + p_4$$

sowie die effektive Pufferzeit u_n zwischen dem ersten und dem $n+1$ -ten Zug

$$(8.4) \quad u_n = r_1 + z_1 + r_2 + z_2 + \dots + r_n + p_{n+1}$$

Dafür kann man auch schreiben

$$(8.5) \quad u_n = \sum_{i=1}^n r_i + \sum_{i=1}^{n-1} z_i + p_{n+1} .$$

Wie Anlage 9.1 in der Spalte für f_i zeigt, besteht für die Mindestzugfolgezeiten kein erkennbares Verteilungsgesetz. Die Mindestzugfolgezeiten streuen im Vergleich zu den Pufferzeiten, für die $s_r = \bar{r}$ gilt (negative Exponentialverteilung), mit einem Variationskoeffizienten von 33,57 % verhältnismäßig wenig. Daher werden hier Summen aus einer Vielzahl von Mindestzugfolgezeiten gleichgesetzt mit dem Produkt aus dieser Anzahl und der mittleren Mindestzugfolgezeit. Damit gilt für

$$(8.6) \quad \sum_{i=1}^{n-1} z_i = (n-1) \cdot \bar{z}$$

Setzt man (8.5) und (8.6) in (8.4) ein und unterstellt für alle Einbruchsverspätungen die gleiche Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte, dann wird $p_{n+1} = p_2 = p$. Man erhält dann

$$(8.7) \quad u_n = r_1 + p_2 + \sum_{i=2}^n r_i + (n-1) \cdot \bar{z}$$

Da $r_1 + p_2 = u_1$ gesetzt wurde, wird

$$(8.8) \quad u_n = u_1 + \sum_{i=2}^n r_i + (n-1) \cdot \bar{z}$$

Der Erwartungswert der Folgeverspätung, die zwischen dem ersten und dem planmäßig n -ten Zug übertragen wird, beträgt, wenn man in (6.21) anstatt u den Wert u_n einsetzt

$$(8.9) \quad \bar{p}_{u_n, f} = C \cdot e^{-m u_n}$$

und

$$(8.10) \quad \bar{p}_{u_n, f} = C \cdot e^{-m u_1} \cdot e^{-m(n-1)\bar{z}} \cdot (e^{m r_2} e^{m r_3} e^{m r_4} \dots e^{m r_n})$$

Daraus ergibt sich, dass wenn für $n = 1$

$$(8.11) \quad \bar{p}_{f1} = \frac{K}{m\bar{r} + 1}$$

ist, für $n = 2$

$$(8.12) \quad \bar{p}_{f2} = \bar{p}_{f1} \cdot e^{-m\bar{z}} \int_{r_2=0}^{\infty} e^{-m r_2} w_{r_2} dr_2$$

und für $n = 3$, wenn $w_{r_1} = w_{r_2} = w_{r_3}$ ist

$$(8.13) \quad \bar{p}_{f3} = \bar{p}_{f2} \cdot e^{-m\bar{z}} \int_{r=0}^{\infty} e^{-m r} \cdot w_r \cdot dr$$

werden muss. Das Integral

$$(8.14) \quad I = \int_{r=0}^{\infty} e^{-m r} \cdot w_r \cdot dr$$

wird, wenn man für $w_r = \frac{1}{\bar{r}} e^{-r/\bar{r}}$ einsetzt, zu

$$(8.15) \quad I = \int_{r=0}^{\infty} e^{-r(m+1/\bar{r})} dr$$

Die Lösung dieses Integrals ergibt

$$(8.16) \quad I = \frac{1}{m\bar{r} + 1}$$

Damit wird aus (8.12)

$$(8.17) \quad \bar{p}_{f2} = \bar{p}_{f1} \frac{e^{-m\bar{z}}}{m\bar{r} + 1}$$

und aus (8.13)

$$(8.18) \quad \bar{p}_{f3} = \bar{p}_{f1} \frac{e^{-2m\bar{z}}}{(m\bar{r} + 1)^2}$$

Sowie allgemein

$$(8.19) \quad \bar{p}_{fn} = \bar{p}_{f1} \left(\frac{e^{-m\bar{z}}}{m\bar{r} + 1} \right)^{n-1}$$

Der Erwartungswert der Folgeverspätung ersten Grades \bar{p}_{F1} , also jener durchschnittlichen Folgeverspätung, die zwischen jeweils zwei Zügen übertragen wird, deren gegenseitige zeitliche Lage nur durch die jeweilige Einbruchverspätung bestimmt ist, besteht aus der Summe

$$(8.20) \quad \bar{p}_{F1} = \bar{p}_{f1} + \bar{p}_{f2} + \bar{p}_{f3} + \bar{p}_{f4} + \dots + \bar{p}_{fn}$$

oder

$$(8.21) \quad \bar{p}_{F1} = \bar{p}_{f1} \left[1 + \frac{e^{-m\bar{z}}}{m\bar{r} + 1} + \left(\frac{e^{-m\bar{z}}}{m\bar{r} + 1} \right)^2 + \left(\frac{e^{-m\bar{z}}}{m\bar{r} + 1} \right)^3 + \dots + \left(\frac{e^{-m\bar{z}}}{m\bar{r} + 1} \right)^{n-1} \right]$$

Diese geometrische Reihe konvergiert für $n \rightarrow \infty$ zu

$$(8.22) \quad \bar{p}_{F1} = \bar{p}_{f1} \frac{1}{1 - \frac{e^{-m\bar{z}}}{m\bar{r} + 1}}$$

Nun braucht man nur noch (7.7) in (8.22) einzusetzen, um

$$(8.23) \quad \bar{p}_{F1} = \frac{K}{m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}}$$

zu erhalten. Setzt man für K wieder (7.6) ein, so erhält man

$$(8.24) \quad \bar{p}_{F1} = \frac{\bar{p} \left(1 - \frac{g}{2} \right)}{m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}} \left[w_g \left(1 - e^{-m\bar{z}_g} \right)^2 + \left(1 - w_g \right) m\bar{z}_v \left(1 - e^{-2m\bar{z}_z} \right) \right]$$

als mittlere Folgeverspätung ersten Grades. Es ist zu beachten, dass in dieser Gleichung die durchschnittlichen Mindestzugfolgezeiten zwischen gleichrangigen Zügen und jene zwischen ungleichrangigen Zügen getrennt berücksichtigt werden. Mindestzugfolgezeiten in ungleichrangigen Zugfolgen verursachen drastisch größere Folgeverspätungen. In der Praxis führt die Berücksichtigung der unterschiedlichen Rangordnungen also zu einem deutlichen Verlust an Betriebsqualität oder umgekehrt an Leistungsfähigkeit.

Folgeverspätungen, die im gleichen Streckenabschnitt bereits durch Folgeverspätungen verursacht werden, wie es bei der Einreihung in längere Warteschlangen der Fall ist, sind in \bar{p}_{F1} allerdings noch nicht berücksichtigt.

9. Die Weiterübertragung von Folgeverspätungen in Warteschlangen

In dichten Zugbündeln können bereits kleine Einbruchsverspätungen zu erheblichen Stauerscheinungen mit längeren Warteschlangen führen. In solchen Warteschlangen entstehen in erheblichem Anteil Folgeverspätungen aus Folgeverspätungen ersten Grades. Die Differenz zwischen der Summe aller Folgeverspätungen, die auch unter Berücksichtigung der Bildung längerer Warteschlangen zu erwarten sind, und den bereits erfassten Folgeverspätungen ersten Grades werden im folgenden als *Folgeverspätungen höheren Grades* bezeichnet. Die Systematik der Entstehung dieser Folgeverspätungen höheren Grades ist in Bild 9.1 dargestellt.

Während bei der Ermittlung der Folgeverspätungen ersten Grades die Rangordnung der Züge berücksichtigt werden muss, lehrt die Beobachtung des Betriebsgeschehens, dass dies in längeren Warteschlangen nicht zu weiteren Folgeverspätungen führt.

Wenn die Züge innerhalb des Streckenabschnittes in den Stau auflaufen, so kann die Reihenfolge der Züge nur noch schwer beeinflusst werden. Aber auch wenn es gelingt, in einem Überholungsbahnhof noch einen Reihenfolgewechsel vorzunehmen, bleibt die Länge der Warteschlange und damit die Summe aller Folgeverspätungen nahezu unverändert.

Wenn andererseits der Stau am Beginn des Streckenabschnittes entsteht, so können aus den dort im Knotenbahnhof wartenden Zügen mit oder ohne Berücksichtigung der Rangordnung Züge abgerufen werden ohne, dass dadurch die Summe der Folgeverspätungen deutlich beeinflusst wird. Voraussetzung dafür ist nur, dass zwischen den Zügen keine Lücken entstehen. Um solche die Leistungsfähigkeit der Strecke beeinträchtigende Lücken zu vermeiden, wird bei solchen Engpasssituationen die Rangordnung der Züge nicht mehr voll beachtet werden. Man lässt es dann durchaus zu, dass ein Eilzug 3 Minuten Folgeverspätung erhält, um eine weitere Folgeverspätung von 15 Minuten bei einem Durchgangsgüterzug zu vermeiden.

Es ist daher die der Realität am nächsten kommende Modellvorstellung, wenn man bei der Abarbeitung von Warteschlangen von mehr als einem wartenden Zug die Gleichrangigkeit aller Einheiten voraussetzt.

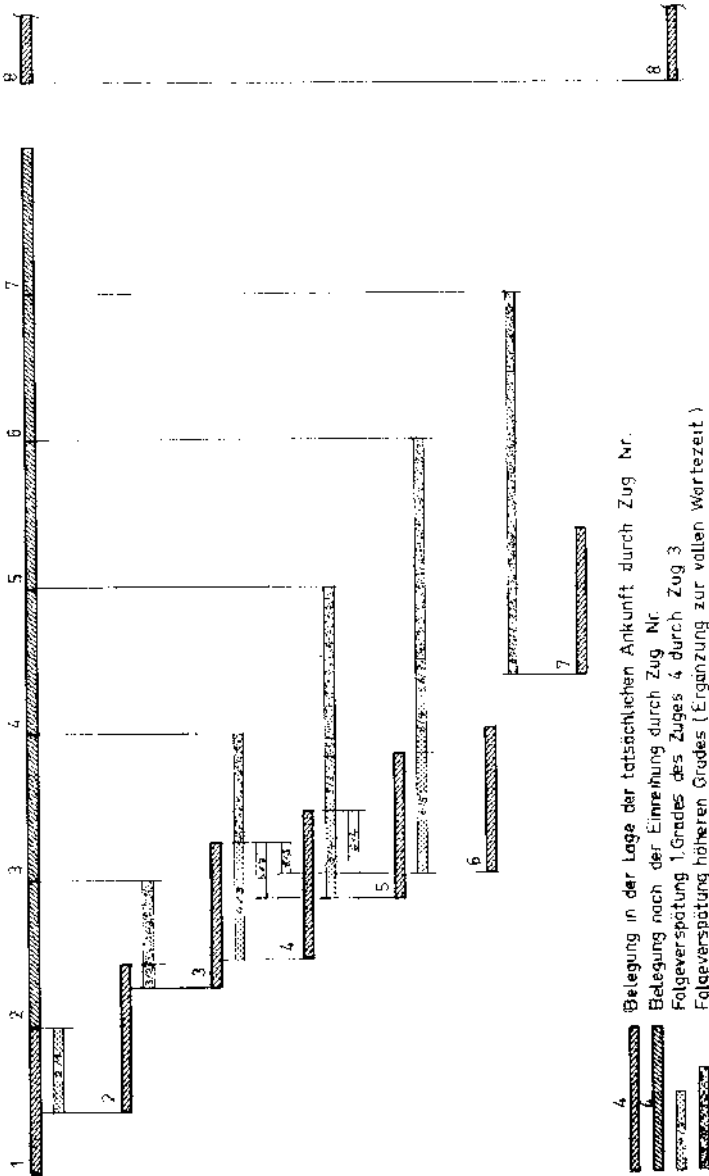


Bild 9.1 Aufbau der Folgeverspätungen ersten und höheren Grades

Das Auftreten längerer Warteschlangen von Zügen im Bereich eines Streckenabschnittes ist ein Betriebszustand, der durch ausreichende Bemessung der Pufferzeiten vermieden werden soll. Der wesentliche Teil der Folgeverspätungen wird daher aus Folgeverspätungen ersten Grades bestehen. Die Folgeverspätungen höheren Grades können folglich keinen entscheidenden Einfluss ausüben.

Es ist daher unzweckmäßig, eines der bekannten Wartemodelle als in allen Betriebszuständen gültig zu betrachten, beispielsweise um besonders den Einfluss langer Warteschlangen genau zu berechnen, dafür aber die Ankunftsabstände und Reihenfolgewechsel nur näherungsweise zu erfassen. Aus diesem Grund wird versucht, von den exakt berechenbaren Folgeverspätungen ersten Grades über einen Hochrechnungsfaktor auf die mittleren Folgeverspätungen zu schließen.

Dies ist dann möglich, wenn der Anteil der Folgeverspätungen ersten Grades an allen Folgeverspätungen, oder das Verhältnis der Folgeverspätungen ersten Grades zu den Folgeverspätungen höheren Grades ermittelt werden kann. Die Summe aller Wartezeiten ist nur für den Fall eines völlig gestörten Betriebes, bei dem die Züge zufällig am Beginn des Streckenabschnittes ankommen, bekannt, da es sich dann um ein Wartesystem des Typs M/G/1 handelt. Berechnet man für diesen Zustand die Folgeverspätungen ersten Grades, die man dann etwa als "Wartezeiten ersten Grades" bezeichnen könnte, so ist deren genauer Anteil für diesen Grenzfall ermittelt.

Es wird nun angenommen, dass sich dieser Anteil nur unwesentlich ändert, wenn der Betrieb nicht völlig unplanmäßig läuft. Die Berechtigung dieser Annahme ergibt sich aus der in Anlage 5.2 dargestellten Beobachtung, dass bereits bei einer mittleren Einbruchsverspätung von $p_m = 21$ Minuten und $w_g = 0,52$ die Ankunftsabstände der Züge am Beginn des Streckenabschnittes als zufällig betrachtet werden können.

Nach Ferschl [21] Gleichung (5.27) gilt für eine beliebige Bedienung in einem Wartemodell des Typs M/G/1 für den Erwartungswert der Wartezeit bei einem Variationskoeffizienten $V = s / z$

$$(9.1) \quad E(W) = \frac{\rho}{2\mu} \cdot \frac{V^2 + 1}{1 - \rho}$$

Dabei sind die Bedienungsrate μ durch $\mu = 1/\bar{z}$ und der Belegungsgrad ρ durch

$$(9.2) \quad \rho = \frac{\bar{z}}{\bar{r} + \bar{z}}$$

definiert. Die mittlere Wartezeit t_{wG} bei beliebiger Bedienung (Erwartungswert der Wartezeit) wird durch Einsetzen von (9.2) in (9.1)

$$(9.3) \quad t_{wG} = (V^2 + 1) \frac{\bar{z}^2}{2\bar{r}}$$

Bei konstanten Bedienungszeiten ist der Variationskoeffizient $V = 0$, so dass die mittlere Wartezeit für das Wartemodell M/D/1

$$(9.4) \quad t_w = \frac{\bar{z}^2}{2\bar{r}}$$

wird. Es wird nun vorausgesetzt, dass sich das Verhältnis zwischen den Wartezeiten ersten Grades und den Wartezeiten insgesamt, nicht wesentlich ändert, wenn der Variationskoeffizient noch in der Nähe von Null liegt und erheblich unter $V = 1$ bleibt. In dem letzteren Falle würde es sich um ein Wartemodell vom Typ M/M/1 handeln.

Bei dem in Anlage 9.1 dargestellten Beispiel betrug das Quadrat des Variationskoeffizienten $V^2 = 0,113$. Setzt man diesen Wert in (9.3) ein, so erhält man eine mittlere Wartezeit, die nur um 11,3 % über jener liegt, die das vergleichbare Wartemodell M/D/1 (9.4) mit völlig konstanten Wartezeiten liefert. Die Streuung der Mindestzugfolgezeiten ist also so klein, dass bei der Anwendung eines Wartemodells mit beliebiger Bedienung nur geringfügig größere Wartezeiten als bei konstanten Bedienungszeiten zu erwarten sind. Die Unterschiede der Anteile der Wartezeiten ersten Grades an den Wartezeiten insgesamt sind daher mit Sicherheit vernachlässigbar klein. Die Streuung der Mindestzugfolgezeiten wird durch die Unterscheidung zwischen \bar{z}_v , \bar{z} und \bar{z}_g außerdem bereits bei den Folgeverspätungen ersten Grades erfasst und schlägt über jenes gesuchte Verhältnis auch auf die mittlere Folgeverspätung oder (vgl. Tafel 14.4) umgekehrt auf die erforderlichen Pufferzeiten und die Leistungsfähigkeit durch.

Wenn die Verteilung der Ankunftsabstände (fiktive Abfahrtszeiten) bereits bei dem in Anlage 3.2 dargestellten Beispiel negativ-exponential ist, so muss sich diese Verteilung umso zuverlässiger einstellen, je größer p_m wird und je weiter sich g dem Betrag 1 nähert. Im Grenzfall des völlig gestörten Betriebes müssen die Einbruchsverspätungen so häufig und groß werden, dass zu jedem Zeitpunkt die gleiche Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen eines Zuges am Beginn des Streckenabschnittes besteht. Dieser Zustand ist für $g \rightarrow 1$ und $p_m \rightarrow \infty$ mit Sicherheit erreicht.

Wegen der praktisch gleichrangigen Behandlung der Züge in längeren Warteschlangen muss für diesen Vergleich $w_g = 1$ gesetzt werden. Da alle Züge gleichrangig behandelt werden, ist an die Stelle der mittleren Mindestzugfolgezeit zwischen den gleichrangigen Zügen \bar{z}_g die mittlere Mindestzugfolgezeit über alle Zugfolgefälle \bar{z} zu setzen.

Vor dem Grenzübergang erhält dadurch die Gleichung (8.24) die Form

$$(9.5) \quad \bar{p}_{F1} = \frac{\bar{p}(1 - g/2)(1 - e^{-m\bar{z}})^2}{m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}}$$

Ersetzt man nun nach (3.17) \bar{p} durch g/m und kürzt mit $1 - e^{-m\bar{z}}$, so erhält man

$$(9.6) \quad \bar{p}_{F1} = \frac{\left(g - \frac{g^2}{2}\right) \cdot (1 - e^{-m\bar{z}})}{m \cdot \left(1 + \frac{m\bar{r}}{1 - e^{-m\bar{z}}}\right)}$$

Entwickelt man die e-Funktionen als Reihen, so wird

$$(9.7) \quad \bar{p}_{F1} = \left(g - \frac{g^2}{2}\right) \frac{1 - 1 + m\bar{z} - \frac{(m\bar{z})^2}{2!} + \frac{(m\bar{z})^3}{3!} - \dots - \frac{(m\bar{z})^n}{n!}}{\left(m \left(1 + \frac{m\bar{r}}{1 - 1 + m\bar{z} - \frac{(m\bar{z})^2}{2!} + \frac{(m\bar{z})^3}{3!} - \dots - \frac{(m\bar{z})^n}{n!} \right) \right)}$$

Für den Fall $g \rightarrow 1$ und $m \rightarrow \infty$ kann man die mittlere Folgeverspätung ersten Grades \bar{p}_{F1} als eine "mittlere Wartezeit ersten Grades" t_{w1} auffassen. Nach Kürzung mit m erhält man

$$(9.8) \quad t_{w1} = \lim_{m \rightarrow 0, g \rightarrow 1} \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \frac{\bar{z} - \frac{m\bar{z}^2}{2!} + \frac{m^2\bar{z}^3}{3!} - \frac{m^3\bar{z}^4}{4!} + \dots - \frac{m^{n-1}\bar{z}^n}{n!}}{1 + \frac{\bar{z} - \frac{m\bar{z}^2}{2!} + \frac{m^2\bar{z}^3}{3!} - \frac{m^3\bar{z}^4}{4!} + \dots - \frac{m^{n-1}\bar{z}^n}{n!}}{\bar{z} - \frac{m\bar{z}^2}{2!} + \frac{m^2\bar{z}^3}{3!} - \frac{m^3\bar{z}^4}{4!} + \dots - \frac{m^{n-1}\bar{z}^n}{n!}}$$

als mittlere "Wartezeit ersten Grades". Nach dem Grenzübergang wird dann

$$(9.9) \quad t_{w1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{z}}{1 + \frac{\bar{z}}{\bar{r}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{z}^2}{\bar{r} + \bar{z}}$$

Dieses Ergebnis erhält man auch, wenn man davon ausgeht, dass eine zufällig an der Bedienungsstelle ankommende Einheit diese mit der Wahrscheinlichkeit ρ des Belegungsgrades besetzt vorfindet. Bis die gerade in der Bedienung befindliche Einheit abgefertigt ist, dauert es im günstigsten Fall Null, im ungünstigsten Fall \bar{z} , im Durchschnitt also $\bar{z} / 2$ Zeiteinheiten. Bei der Ermittlung der Folgeverspätungen ersten Grades als auch bei der Behinderungstheorie ([1] Abschnitt 42.2) wird vorausgesetzt, dass dann bereits die Bedienung der ankommenden Einheit beginnt und gegebenenfalls andere wartende Einheiten weiter verdrängt werden. Jede ankommende Einheit wird also gegenüber den in der Warteschlange wartenden vorrangig bedient. Die Wartezeiten der übrigen Einheiten werden nicht ermittelt. Damit beträgt die mittlere Wartezeit der ankommenden Einheiten

$$t_{w1} = \rho \frac{\bar{z}}{2}$$

Durch Einsetzen von (9.2) wird daraus wieder (9.9). Die Differenz zwischen der mittleren Wartezeit t_w und der "Wartezeit ersten Grades" t_{w1} sei die "mittlere Wartezeit höheren Grades" t_{wh}

$$(9.10) \quad t_{wh} = t_w - t_{w1}$$

Es wird vorausgesetzt, dass sich die Wartezeiten ersten Grades zu den Wartezeiten höheren Grades wie 1: φ verhalten.

$$(9.11) \quad \frac{t_{w1}}{t_{wh}} = \frac{1}{\varphi} \quad \text{oder} \quad \varphi = \frac{t_{wh}}{t_{w1}}$$

Setzt man in (9.11) die Gleichung (9.10) ein, so wird

$$(9.12) \quad \varphi = \frac{t_w}{t_{w1}} - 1$$

Durch Einsetzen von (9.4) und (9.9) erhält man für

$$(9.13) \quad \varphi = \frac{2\bar{z}^2(\bar{r} + \bar{z})}{2\bar{z}^2\bar{r}} - 1$$

oder

$$(9.14) \quad \varphi = \frac{\bar{z}}{\bar{r}}$$

Wenn man also annimmt, dass dieses Verhältnis φ auch noch gilt, wenn die mittlere Einbruchsverspätung p_m der verspäteten Züge nicht unendlich groß ist und wenn die Mindestzugfolgezeiten schwach streuen, so kann für die mittlere Folgeverspätung die Beziehung

$$(9.15) \quad \bar{p}_F = \bar{p}_{F1} + \varphi \cdot \bar{p}_{F1g}$$

angesetzt werden. Durch Einsetzen von (8.24), (9.5) und (9.14) wird die mittlere Folgeverspätung zu

$$(9.16) \quad \bar{p}_F = \frac{\bar{p} \left(1 - \frac{g}{2} \right)}{m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}} \left[w_g \left(1 - e^{-m\bar{z}_g} \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(1 - w_g \right) m\bar{z}_v \left(1 - e^{-2m\bar{z}_v} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\bar{z}}{\bar{r}} \left(1 - e^{-m\bar{z}} \right)^2 \right]$$

Wenn in dieser Gleichung alle Parameter bis auf \bar{r} bekannt sind, dann kann man die mittlere Pufferzeit so groß wählen, dass eine bestimmte mittlere Folgeverspätung nicht überschritten wird.

10. Die Summe der Folgeverspätungen als Qualitätskriterium

Die Berechnung des Erwartungswertes der Folgeverspätungen, also der mittleren Folgeverspätung eignet sich unmittelbar noch nicht zur Bemessung der erforderlichen Pufferzeiten. Nur wenn angegeben werden kann, wie groß die mittlere Folgeverspätung jeweils sein darf, lässt sich die davon abhängige Pufferzeit bestimmen. Aus dem Aufbau der Gleichung (9.16) ergibt sich, dass \bar{p}_F nur dann gegen Null gehen kann, wenn \bar{r} gegen unendlich geht. Die Forderung, dass keine Folgeverspätungen entstehen dürfen, lässt sich nur dann erfüllen, wenn auf der Strecke kein Betrieb stattfindet. Ein solches unsinniges Qualitätskriterium eignet sich nicht zur Bemessung von \bar{r} .

Die zweite Möglichkeit besteht darin, bei vielen Strecken alle Parameter zu ermitteln, daraus die mittleren Folgeverspätungen zu berechnen und empirisch festzustellen, auf welchen Strecken die Betriebsflüssigkeit befriedigt, wo sie gut ist, oder wo der Betrieb zähflüssig ist. Vielleicht ergäbe sich bei einer solchen Erhebung eine brauchbare Korrelation zwischen einer Benotung der Betriebsqualität und der mittleren Folgeverspätung. Wegen des außergewöhnlichen Umfanges ist eine solche Erhebung nur auf lange Sicht durchführbar. Die Art der Beurteilung der Betriebsqualität enthielte außerdem alle Mängel einer solchen individuell unterschiedlichen Beurteilung. Daher kann auch dieser Weg nicht beschrritten werden.

Da die Folgeverspätungen zu den Einbruchsverspätungen des nächsten Streckenabschnittes werden, wäre infolge der Netzvermaschung der Eisenbahnstrecken eigentlich zu erwarten, dass sie sich bis zu beliebigen Beträgen gegenseitig aufschaukeln. Das ist offensichtlich in der Praxis nicht der Fall. Es muss also ein Vorgang stattfinden, bei dem die Verspätungen schrittweise auch wieder abgebaut werden. Dies geschieht durch den Unterschied zwischen der Mindestreisezeit und der planmäßigen Reisezeit eines Zuges. Die Mindestreisezeit eines Zuges besteht aus den reinen Fahr-

zeiten und den Mindestaufenthaltszeiten. Die planmäßige Reisezeit besteht aus der planmäßigen Fahrzeit, den planmäßigen Aufenthaltszeiten und gelegentlichen Zeitsplittern durch Aufrundungen. Während Dilli die Pufferzeit mit Toleranz bezeichnet [6], sollte eigentlich nur diese, nur zum Ausgleich von "Bearbeitungsungenauigkeiten" dienende Differenz, als Toleranz bezeichnet werden. Obwohl der Begriff eigentlich bereits belegt ist, lässt sich dessen Anwendung in dem neuen, der Definition genauer entsprechenden Sinn nicht vermeiden. Die Toleranzen bestehen damit hauptsächlich aus den Regel- und Sonderzuschlägen zu den Fahrzeiten. In ihnen sind aber auch Fahrzeitreserven enthalten, die durch Unterbelastung von Zügen und kurzzeitige Überlastung der Motoren nutzbar werden können.

Zur Vereinfachung der folgenden Rechnungen wird angenommen, dass die Toleranz bei jedem Zug gleich groß sei. Da ihr Hauptteil aus den Regelzuschlägen besteht, diese proportional zur Fahrzeit und abhängig von der Art des Zuges sind, erscheint diese Näherung unzulässig. Wenn man jedoch berücksichtigt, dass von den Folgeverspätungen im allgemeinen die rangniederen Züge betroffen werden, weshalb ja auch die Regelzuschläge nach der Zuggattung gestaffelt werden, so kann man konstante Toleranzen als gute Näherung der Wirklichkeit betrachten. Darüber hinaus dürfte es richtig sein, die mittlere Toleranz der Durchgangsgüterzüge als repräsentativ zu betrachten, da diese auf Strecken mit gemischtem Betrieb die meisten Folgeverspätungen erleiden und dadurch andererseits den Hauptteil des Verspätungsabbaus ermöglichen.

Dem Verspätungsabbau unterliegen alle Verspätungen. Nach (3.16) besteht für das Auftreten einer Verspätung von p Minuten die Wahrscheinlichkeit

$$\text{s. (3.16)} \quad w_p = m \cdot g \cdot e^{-m \cdot p}$$

Diese Verteilung wird durch die Toleranz r_t so verändert, dass jede Verspätung um r_t Minuten abgebaut wird. Die teilweise getilgte Verspätung p_t ist damit um r_t kleiner als p .

$$(10.1) \quad p_t = p - r_t \quad \text{und} \quad p = p_t + r_t$$

Demnach werden Verspätungen von $p \leq r_t$ vollständig getilgt. Setzt man nun (10.1) in (3.16) ein, so erhält man nach dem teilweisen Abbau durch eine konstante Toleranz

$$(10.1a) \quad w_{p_t} = m \cdot g \cdot e^{-m(p+r_t)}$$

und für den Erwartungswert der Verspätung nach dem Abbau

$$(10.2) \quad E(p_t) = m \cdot g \cdot \int_{p=0}^{p=\infty} p \cdot e^{-m(p+r_t)} dp$$

Dieser Erwartungswert stellt damit die durchschnittliche Restverspätung p_t dar.

$$(10.3) \quad E(p_t) = \bar{p}_t$$

$$(10.4) \quad \bar{p}_t = \bar{p} \cdot e^{-mr_t}$$

Da alle Verspätungen dem Verspätungsabbau unterliegen, also auch die Folgeverspätungen abgebaut werden, tritt an die Stelle von (10.4)

$$(10.5) \quad \bar{p}_t = (\bar{p} + \bar{p}_F) \cdot e^{-mr_t}$$

Hier ist vorausgesetzt, dass die mittlere Endverspätung der verspäteten Züge am Ende des Streckenabschnittes nur unwesentlich von der mittleren Einbruchsverspätung der verspäteten Züge abweicht. Die in diesem Streckenabschnitt übertragenen Folgeverspätungen vergrößern also nur die Anzahl der Verspätungsfälle, kaum aber deren Durchschnitt. Der Parameter m wird also am Anfang und am Ende des Streckenabschnittes als annähernd gleichbleibend betrachtet.

Diese Hypothese wird anhand der stichprobenartigen Beobachtung des Betriebsgeschehens durch Auswertung der Arbeitsblätter der Zugüberwachung Karlsruhe 2 am 3.10.1969 überprüft.

Dabei werden die Inhalte der Spalten 3 und 5 der Anlage 3.2 miteinander verglichen. Aus Spalte 3 ergibt sich nach (3.13) der Kehrwert der mittleren Einbruchsverspätung

$$m = \frac{N_p}{P} = \frac{54}{1146} = 0,0471$$

als Parameter der *Einbruchsverspätung* in Offenburg und aus Spalte 5

$$m = \frac{N_p}{P} = \frac{68}{1470} = 0,0463$$

der Kehrwert der mittleren Ausbruchsverspätung als Parameter der *Endverspätung* in Gundelfingen. Der Unterschied zwischen beiden Werten beträgt nur 1,9 %.

Dieses Phänomen gab Anlass zu einer eingehenderen Untersuchung in einem ganzen Bundesbahn Direktionsbezirk. Die in Anlage 10.1 zusammengestellten Zahlen erhärten diese Hypothese. In der Woche vom 20.11. bis zum 26.11.1966 verkehrten im Bezirk der BD Regensburg insgesamt 8680 Züge aller Art. Nach den Betriebsleistungszetteln hatten am Ausgangsbahnhof oder bei Übernahme von einem anderen Bezirk 420 Personen- und Güterzüge (4,8 %) insgesamt 8723 Minuten Verspätung. Die mittlere Verspätung betrug also $8723/420 = 20,8$ Minuten. Nach insgesamt 365 520 Zugkilometern, nachdem also jeder Zug im Durchschnitt 42,11 km gefahren war, hatten am Endbahnhof oder beim Verlassen des Bezirks 2400 Züge (27,9 %) zusammen 43 345 Minuten Verspätung. Die mittlere Verspätung p_m betrug trotz einer Verfünffachung der Verspätungsfälle noch immer $43\,345/2400 = 18,1$ Minuten. Die mittlere Verspätung p_m der verspäteten Züge war also nahezu konstant geblieben.

Wenn als Idealzustand in einem Streckennetz im Durchschnitt kein Anwachsen der Verspätungen auftreten soll, dann muss die Restverspätung \bar{p}_t gleich der Einbruchsverspätung \bar{p}_i sein. Unter dieser Voraussetzung wird

$$(10.6) \quad \bar{p} = (\bar{p} + \bar{p}_F) \cdot e^{-mr_i}$$

Daraus lässt sich die zulässige Größe der mittleren Folgeverspätung ermitteln:

$$(10.7) \quad \bar{p}_{F_{zul}} = \bar{p}(e^{mr_i} - 1)$$

Wenn man die Toleranzen nicht so groß werden lassen will, wie es zum völligen Ausgleich der Folgeverspätungen nach (10.7) erforderlich wäre, dafür aber eine durchschnittliche Zuwachsverspätung \bar{p}_z zugestehet, wird

$$(10.8) \quad \bar{p} + \bar{p}_z = (\bar{p} + \bar{p}_F) \cdot e^{-mr_i}$$

In diesem Fall ist die zulässige mittlere Folgeverspätung

$$(10.9) \quad \bar{p}_{Fzul} = (\bar{p} + \bar{p}_z) \cdot e^{mr_i} - \bar{p}$$

Aus der tatsächlichen mittleren Pufferzeit und den übrigen Parametern kann nach Gleichung (9.13) die mittlere Folgeverspätung berechnet werden. Wenn die Toleranz r_i ebenfalls bekannt ist, dann lässt sich die mittlere Zuwachsverspätung nach

$$(10.10) \quad \bar{p}_z = (\bar{p} + \bar{p}_p) e^{-mr_i} - \bar{p}$$

berechnen. Durch Umformung erhält man andererseits die erforderliche Fahrplantulanz – die je Zug ein konstanter Betrag sein soll –

$$(10.11) \quad r_{ierf} = \frac{\bar{p}}{g} \ln \frac{\bar{p}_F + \bar{p}}{\bar{p}_z + \bar{p}}.$$

Damit lässt sich jene erforderliche Toleranz r_{ierf} bestimmen, die bei gegebenem Verspätungsgrad g und bei gegebener durchschnittlicher Einbruchsverspätung \bar{p} in der Lage ist, so viele Verspätungen abzubauen, dass von einer durchschnittlichen Folgeverspätung \bar{p}_F nur noch eine Zuwachsverspätung von \bar{p}_z übrig bleibt. Im günstigsten Fall wird \bar{p}_z negativ. Das bedeutet, dass die Verspätungen am Ende des Streckenabschnittes kleiner als die Einbruchsverspätungen werden, somit also die Pünktlichkeit steigt. Für $\bar{p}_z = 0$ gilt

$$(10.12) \quad r_{ierf} = p_m \ln \left(\frac{\bar{p}_F}{\bar{p}} + 1 \right)$$

Nach (10.12) lässt sich nun berechnen, wie groß die Toleranz r_i bei dem in Anlage 3.2 ausgeführten Beispiel sein müsste.

In diesen Beispiel betragen die mittlere Einbruchsverspätung über alle Züge $\bar{p} = P/N = 1146/104 = 11,02$ [min], der Verspätungsgrad $g = N_p/N = 54/104 = 0,52$, die mittlere Einbruchsverspätung p_m der verspäteten Züge $p_m = P/N_p = 1146/54 = 21,22$ [min], deren Kehrwert $m = 1/p_m = 1/21,22 = 0,04712$ sowie die mittlere Folgeverspätung $\bar{p}_F = P_F / N = 207/104 = 1,99$ [min] (aus Spalte 7). Setzt man diese Werte in (10.12) ein, so erhält man

$$r_{t\text{erf}} = 21,22 \cdot \ln\left(\frac{1,99}{11,02} + 1\right) = 3,52 \text{ min}$$

Anlage 10.2 zeigt jedoch, dass in dem betrachteten Streckenabschnitt im Durchschnitt nur $r_t = 2,0$ [min] Toleranz zur Verfügung stehen. Da der Streckenabschnitt Offenburg - Lahr nur eine Fahrzeit von 18 Minuten für Durchgangsgüterzüge aufweist, würde eine Toleranz von 3,5 Minuten, für einen Betriebszustand bei dem die Verspätungen am Ende des Streckenabschnitts nicht größer sind als am Anfang, einen Regelzuschlag von knapp 20 % erfordern.

Nur durch eine wesentliche Verringerung der Folgeverspätungen, also durch Vergrößerung der Pufferzeiten und damit durch Verlust an Leistungsfähigkeit reichen die im Interesse einer raschen Beförderung kleinen Regelzuschläge aus. Man wird also im Durchschnitt einen Verspätungszuwachs zulassen müssen. Der Verspätungszuwachs betrug bei dem in Anlage 10.1 dargestellten Beispiel 9,47 Minuten je 100 Kilometer Zuglauf oder je Streckenabschnitt mit durchschnittlich 36 Kilometern Länge $\bar{p}_z = 3,4$ Minuten.

Das Ergebnis dieser Überlegung läuft darauf hinaus, dass man das Qualitätskriterium der mittleren Folgeverspätung \bar{p}_F durch die zwei Qualitätskriterien

- Toleranz t_r (Reisegeschwindigkeit) und
- Verspätungszuwachs p_z (Pünktlichkeit)

ersetzt. Eine eindeutige Qualitätsgrenze lässt sich so schwerer festlegen, als mit der mittleren Folgeverspätung allein. Der zulässige Verspätungszuwachs könnte willkürlich festgesetzt werden. Die Ermittlung der tatsächlich vorhandenen Toleranzen ist in der Praxis erheblich schwieriger als es die in Anlage 12.2 dargestellte Überschlagsrechnung vermuten lässt.

Es wurde versucht, in Spalte 8 der Anlage 3.2 die Verspätungstilgung durch Regelzuschläge, Minderlast und wegfallende Überholungen aus den Inhalten der Zü-Blätter zu ermitteln. Diese Erhebung enthält erhebliche Ungenauigkeiten und Unsicherheiten, vor allem hinsichtlich der Wertung des Fahrzeitgewinns durch wegfallende Überholungen. Die beobachteten Toleranzen treten keineswegs bei allen Zügen auf und sind nicht konstant,

sondern eher negativ-exponential verteilt. Ein wesentlicher Anteil der vorhandenen Toleranzen stammt aus weggefallenen Überholungen von Zügen, die soweit verspätet wurden, dass sie in eine freie Lage gerieten. Man könnte auch mit negativ-exponential oder in anderer Weise verteilten Toleranzen den Umfang der Verspätungstilgung, wenn auch mit erheblichem Rechenaufwand, ermitteln. Vielleicht ließe sich tatsächlich dann eine allgemein verbindliche mittlere zulässige Folgeverspätung $\bar{p}_{F_{zul}}$ festlegen. Lassen sich dann plausible Pufferzeiten und Leistungsfähigkeiten erwarten?

Zur Klärung dieser Frage genügt es, das Wartemodell Streckenabschnitt in seiner idealisierten Form als Wartemodell des Typs M/D/1 in dieser Richtung zu untersuchen. Dort wird die mittlere Folgeverspätung \bar{p}_F zur mittleren Wartezeit t_w . Diese Idealisierung gilt für den Fall $g = 1$ und $p_m \gg \bar{z}$ sowie $w_g = 1$, also für Gleichrang aller Zugfolgefälle. Für die mittlere Wartezeit gilt

$$(vgl. 9.4) \quad t_w = \frac{\bar{z}^2}{2 \cdot \bar{r}}$$

Nach der mittleren Pufferzeit aufgelöst, wird

$$(10.13) \quad \bar{r} = \frac{\bar{z}^2}{2 \cdot t_w}$$

Die Streckenleistungsfähigkeit N_{zul} [Züge/Tag] ist definiert durch

$$(10.14) \quad N_{zul} = \frac{T}{\bar{z} + \bar{r}}$$

Setzt man (10.13) in (10.14) ein, so erhält man

$$(10.5) \quad N_{zul} = \frac{T}{\bar{z} + \frac{\bar{z}^2}{2 \cdot t_w}}$$

Setzt man nun beispielsweise $t_w = 2,0$ [min], $T = 1440$ [min] und variiert \bar{z} , so ergeben sich die in Tafel 10.1 aufgeführten Werte.

Tafel 10.1

\bar{z}	2,0	5,54	12	24	36	[min]
N_{zul}	480	109	30	9	4	[Züge/Tag]
\bar{r}	1,0	7,67	36,0	144,0	324,0	[min]

Die erforderlichen Pufferzeiten steigen also etwa proportional zum Quadrat der Mindestzugfolgezeiten, wenn man verlangt, dass bei allen Mindestzugfolgezeiten die gleich kleine mittlere Folgeverspätung übertragen wird. Die Erfahrung lehrt im Gegenteil, dass die Betriebsqualität nicht absinkt, wenn bei zunehmenden Mindestzugfolgezeiten die Pufferzeiten zurückbleiben und langsamer steigen. Dies hat Dilli veranlasst, die Pufferzeiten in weiten Grenzen konstant zu halten und dafür einen Pauschalwert vorzuschlagen.

Neben dem Qualitätsbegriff der Pünktlichkeit lässt sich noch ein Kriterium definieren, das der betrieblichen Erfahrung entspricht. Die mit den Verspätungsübertragungen verbundenen Wartevorgänge führen zu Warteschlangen im Rahmen von Stauerscheinungen. Diese werden hier im Folgenden durch den Qualitätsbegriff der „Betriebsflüssigkeit“ beschrieben.

Die Betriebsflüssigkeit sei hier definiert als Anteil der im Produktionssystem Eisenbahn unplanmäßig an irgendeiner Stelle auf die Fortsetzung des Produktionsvorgangs (Zugbildung, Fahrt, Bereitstellung) wartenden Züge an der Gesamtzahl der Züge. Die mit solchen Wartevorgängen verbundene Verlangsamung der Produktion von Betriebsleistungen entspricht der Verlangsamung des Durchsatzes von Flüssigkeiten in Leitungssystemen bei zunehmender Viskosität. Die Zusammenhänge zwischen den Folgeverspätungen und den damit verbundenen Stauerscheinungen lassen sich wieder anhand des Vergleichsmodells M/D/1 zeigen. Für die Gültigkeit dieses Vergleiches sprechen die gleichen Gründe wie bei der Ermittlung des Anteils der Folgeverspätungen höheren Grades.

Nach [11] Kapitel 9 gilt für eine Bedienungsstelle mit konstanten Bedienungszeiten und negativ exponential verteilten Ankunftsabständen

$$(10.16) \quad l_w = \lambda \cdot t_w \quad (\text{vgl. Gl. 9.16 in [11]})$$

wobei

- l_w die mittlere Länge der Warteschlange, gemessen in gleichzeitig wartenden Einheiten (Zügen),
 t_w die mittlere Wartezeit der Einheiten und
 λ die Ankunftsrate

bedeuten. Es ist damit

$$(10.17) \quad l_w = \frac{\rho'^2}{2(1 - \rho')}$$

wobei ρ' der Belegungsgrad der Bedienungsstelle ist. Die Bedienungszeit dieser als Modell zu betrachtenden Bedienungsstelle sei identisch mit der mittleren Mindestzugfolgezeit \bar{z} .

Die mittlere Zugfolgezeit z'_m und der Belegungsgrad ρ' können unter gewissen Voraussetzungen mit z_m und ρ identisch sein. Dies ist dann der Fall, wenn alle Züge gleichrangig sind, zufällig am Beginn des Streckenabschnittes eintreffen und gleich große Mindestzugfolgezeiten aufweisen. Unter diesen Voraussetzungen ist

$$(10.18) \quad l_w = \frac{t_w}{z'_m},$$

wenn

$$(10.19) \quad \lambda = \frac{1}{z'_m}$$

bedeutet.

Bei zufälligen, Poisson-verteilten Ankünften kann in Abhängigkeit vom Belegungsgrad der Bedienungsstelle angegeben werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit σ bestimmte Längen der Warteschlange überschritten werden [1]. Dieser Zusammenhang wird bei der Bemessung der Einfahrgruppen von Rangierbahnhöfen verwendet. Dort bedeutet der Wert σ , dass ein Anteil von σ % nicht unbehindert in den Rangierbahnhof einfahren kann. Der Begriff des statistischen Risikos σ ist damit bereits in die eisen-

bahnbetriebswissenschaftliche Praxis eingeführt. Es soll daher hier versucht werden, einen Zusammenhang zu dieser Größe herzustellen.

Die Bedienungsstelle "Streckenabschnitt" (auch Bedienungskanal) hat mit der Bedienungsstelle "Ablaufanlage" einige Ähnlichkeiten. Die Bedienungszeit ist im ersten Fall die mittlere Mindestzugfolgezeit, im zweiten Fall die Verarbeitungszeit der Ablaufanlage. Die Züge kommen in unterschiedlich großen Abständen an. Die Bedienungsstelle "Streckenabschnitt" ist jedoch nicht punktförmig wie die "Ablaufanlage". Die vor der Ablaufanlage liegenden Einfahrgleise sind beim Streckenabschnitt auf die Überholungsbahnhöfe verteilt. Da der Stau in jedem Überholungsbahnhof des Streckenabschnittes auftreten kann, muss jeder Bahnhof für sich als Einfahrgruppe für den anschließenden Überholungsabschnitt (Strecke zwischen zwei benachbarten Überholungsbahnhöfen) betrachtet werden. Da die Bedienungsstelle "Streckenabschnitt" in der Form der Mindestzugfolgezeiten eindeutige Bedienungszeiten aufweist, spielt es keine Rolle, dass die Bedienungsstelle nicht punktförmig ist. Beim Durchfahren jedes Streckenabschnittes belegt jeder Zug die einzelnen Sperrstrecken in Form einer Sperrzeitentreppe. Die Mindestzugfolgezeiten zwischen zwei einander folgenden Zügen sind durch die Berührung dieser Sperrzeitentrepfen definiert. Da diese Berührung jeweils im allgemeinen nur in einer Sperrstrecke stattfindet, die Lage dieser Sperrstrecke jedoch vom Zugfolgefall (Geschwindigkeitsunterschied) abhängt, kann das Auflaufen von Zügen oder der Überholungsfall, also die Stauerscheinung an verschiedenen Stellen des Streckenabschnittes auftreten. Die Länge der Warteschlange besteht damit aus der Summe der gleichzeitig vor oder innerhalb des Streckenabschnittes wartenden Züge.

Nun ist zu fragen, welche Beziehungen sich ergeben, wenn man für alle Streckenabschnitte ein gleich großes statistisches Risiko σ dafür zulässt, dass mehr als eine bestimmte Anzahl von Zügen gleichzeitig im Bereich des Streckenabschnittes auf ihrer Fahrt behindert werden. Nach dem von Potthoff [1] (Kap. 33.3) angegebenen Verfahren ist ein Zusammenhang zwischen der Neigung der Entleerungsgeraden ϑ der Einfahrgruppe, dem statistischen Risiko σ und der Anzahl n_w der innerhalb der Einfahrgruppe wartenden Züge herstellbar.

Die Neigung ϑ der Entleerungsgeraden ist identisch mit dem Belegungsgrad ρ' der Bedienungsstelle, da die mittlere Verarbeitungszeit je Zug, also die Bedienungszeit b durch

$$(10.20) \quad b = \vartheta \cdot z'_m$$

definiert ist. Setzt man als Bedienungszeit die mittlere Mindestzugfolgezeit ein, so ergibt sich

$$(10.21) \quad \bar{z} = \vartheta \cdot z'_m$$

wobei z'_m die mittlere Zugfolgezeit bedeutet, die auftreten würde, wenn der Streckenabschnitt wirklich eine Bedienungsstelle mit konstanten Bedienungszeiten und zufällig verteiltem Eintreffen der Züge wäre. Damit wird ϑ zu dem fiktiven Belegungsgrad ρ' der zum Vergleich herangezogenen Bedienungsstelle.

$$(10.22) \quad \vartheta = \rho'$$

$$(10.23) \quad \bar{z} = \rho' \cdot z'_m$$

und

$$(10.24) \quad \rho' = \frac{\bar{z}}{z'_m}$$

Wenn man die Gleichungen (10.17) und (10.18) gleichsetzt, erhält man

$$(10.25) \quad \frac{\rho'^2}{2(1-\rho')} = \frac{t_w}{z'_m}$$

Erweitert man die rechte Seite dieser Gleichung mit der Anzahl N der Züge je Tag und bezeichnet die Summe aller Wartezeiten je Tag mit T_w , so dass

$$(10.26) \quad T_w = N \cdot t_w$$

ist. Der Bezugszeitraum z.B. ein Tag besteht aus dem Produkt

$$(10.27) \quad T = N \cdot z'_m$$

Man erhält

$$(10.28) \quad \frac{\rho'^2}{2(1-\rho')} = \frac{T_w}{T}$$

oder

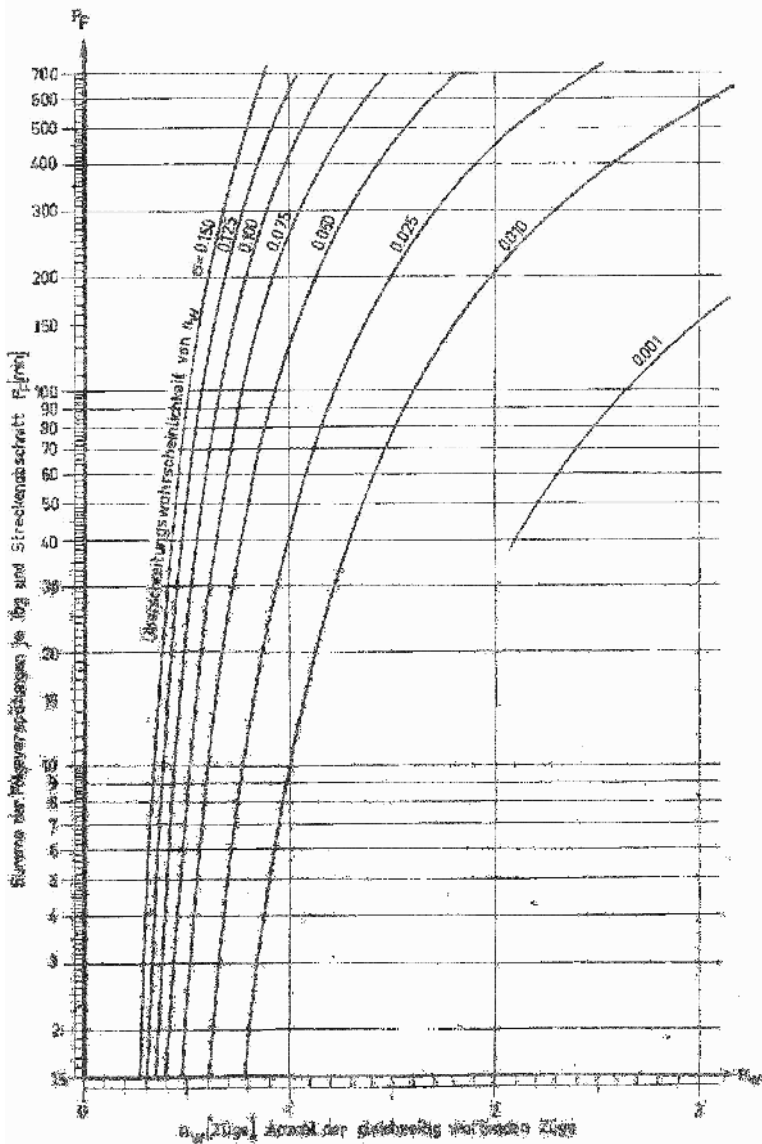
$$(10.29) \quad l_w = \frac{T_w}{T}$$

Da T mit 1440 Minuten je Tag eine Konstante darstellt, ist die mittlere Länge der Warteschlange proportional zur Summe der Wartezeiten. Da andererseits $l_w = f(\rho')$ und $\rho' = f(\sigma, n_w)$ sind, kann man

$$(10.30) \quad T_w = T \cdot f(\sigma, n_w)$$

in Form von Zahlen oder Kurventafeln (Bild 10.1) darstellen. Dort kann man beispielsweise entnehmen, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von $\sigma = 1\%$ zwei oder mehr Züge im Bereich des Streckenabschnittes warten, wenn man eine mittlere Länge l_w der Warteschlange von 0,15 Zügen zulässt. Dieser Länge der Warteschlange entspricht dann eine Summe der Wartezeiten von $T_w = 216$ Minuten je Tag. Wenn die Einbruchsverspätungen so häufig und groß sind, wie in dem in Anlage 3.2 Blatt 5 bis 7 dargestellten Fall, nähert sich die Verteilung der Ankunftsabstände am Beginn des Streckenabschnitts (fiktive Abfahrtszeiten) soweit einer negativen Exponentialverteilung, dass ihre Abweichungen davon als zufällig betrachtet werden können. Man kann dann eine Poisson-Verteilung der Zugankünfte unterstellen. Dieser Zustand ist stets dann zu vermuten, wenn Streckennetze bis zur Grenze ihrer Leistungsfähigkeit belastet sind. Da die Ermittlung dieser Grenze das Ziel der Bemessung der Pufferzeiten ist, wird diese Voraussetzung im allgemeinen zutreffen. Damit kann die Summe der Wartezeiten T_w durch die Summe der Folgeverspätungen P_F ersetzt werden. Dann ist auch anzunehmen, dass die Überschreitungswahrscheinlichkeit σ für bestimmte Längen der Warteschlange in gleicher Weise wie vor der Ablaufanlage eines Rangierbahnhofes, auch für die Bedienungsstelle Streckenabschnitt gilt.

Bild 10.1



Man kann also

$$(10.31) \quad l_w = \frac{P_F}{T}$$

setzen und gewinnt damit einen einfachen Maßstab für die Betriebsflüssigkeit. Die Summe der Folgeverspätungen P_F je Tag ist T mal so groß wie die mittlere Länge der Warteschlange l_w . Welchen der beiden austauschbaren zueinander proportionalen Werte man als Qualitätsmaßstab verwendet, ist grundsätzlich gleichgültig. Verspätungssummen sind in der Praxis als Maßstab für die Betriebsflüssigkeit wie bei der Beschreibung von Unfallfolgen oder als Summen der Ankunftsverspätungen von Personenzügen auf großen Personenbahnhöfen - die im übrigen ebenfalls negativ-exponential verteilt sind - bereits eingeführt. Als Maßstab für die Betriebsflüssigkeit wird daher die **Summe der Folgeverspätungen je Tag und Streckenabschnitt** gewählt.

Dieses Qualitätsmaß berücksichtigt sowohl das Kriterium der Pünktlichkeit, weil es den Gesamtumfang der durch den Betrieb selbst verursachten Unpünktlichkeiten angibt, als auch eine überall gleich geringe Schwierigkeit der Betriebsführung, die durch die Stauerscheinungen hervorgerufen wird.

Diese Summe der Folgeverspätungen ist das Produkt aus der Anzahl N der Züge je Tag mal der mittleren Folgeverspätung \bar{p}_F

$$(10.32) \quad P_F = N \cdot \bar{p}_F$$

Da die Anzahl N der Züge je Tag durch (10.19) ausgedrückt werden kann, wird P_F , wenn man diese Gleichung einsetzt, zu

$$(10.33) \quad P_F = \frac{T \cdot \bar{p}_F}{\bar{r} + \bar{z}}$$

Durch Einsetzen von (9.16) in (10.33) erhält man

$$(10.34) \quad P_F = \frac{T \cdot \bar{p} \cdot \left(1 - \frac{g}{2}\right)}{(\bar{r} + \bar{z}) \cdot (m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}})} \cdot \left[\begin{array}{l} w_g \left(1 - e^{-m\bar{z}_g}\right)^2 + \\ + (1 - w_g) m\bar{z}_v \left(1 - e^{-2m\bar{z}_v}\right) + \\ + \frac{\bar{z}}{\bar{r}} \left(1 - e^{-m\bar{z}}\right)^2 \end{array} \right]$$

Damit ist die Summe der Folgeverspätungen abhängig von den Parametern

$$(10.35) \quad P_F = f(T, g, w_g, m, \bar{z}_g, \bar{z}_v, \bar{z}, \bar{r} \text{ und } \bar{p})$$

die bis auf die Konstante $T = 1440$ [min/Tag] variabel sind. Die Gleichung (10.34) ist für \bar{r} eine Gleichung 3. Grades. Sie ist daher zwar nach \bar{r} auflösbar, erfordert dazu aber einen unerträglich hohen Rechenaufwand, der eine praktische Anwendung der Gleichung nahezu ausschließen würde. Für die weiteren Untersuchungen ist es daher vorteilhaft, diese Gleichung etwas umzuformen.

Da nach (3.13) $\bar{p} = g / m$

ist, lässt sich im Zähler von Gl.(10.34) für

$$(10.36) \quad \bar{p} \left(1 - \frac{g}{2}\right) = \frac{g - \frac{g^2}{2}}{m}$$

setzen. Wenn man aus dem ersten Klammerausdruck des Nenners von Gl. (10.34) \bar{z} ausklammert und aus dem zweiten Klammerausdruck $m\bar{z}$, so erhält man als neuen Nenner

$$(10.37) \quad (\bar{r} + \bar{z}) \cdot (m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}) = \bar{z} \cdot \left(\frac{\bar{r}}{\bar{z}} + 1\right) \cdot \left(\frac{\bar{r}}{\bar{z}} + \frac{1 - e^{-m\bar{z}}}{m\bar{z}}\right) \cdot m\bar{z}$$

Setzt man nun den Quotienten (den „Pufferzeitquotienten“)

$$(10.38) \quad \frac{\bar{r}}{\bar{z}} = q,$$

so bleiben nur die veränderlichen Parameter

$g, w_g, m\bar{z}_g, m\bar{z}_v, m\bar{z}$ und q

zur Bestimmung von P_F nach der Gleichung

$$(10.39) \quad P_F = \frac{T \cdot \left(g - \frac{g^2}{2} \right)}{(m\bar{z})^2 \cdot (1+q) \cdot \left(q + \frac{1 - e^{-m\bar{z}}}{m\bar{z}} \right)} \left[w_g \left(1 - e^{-m\bar{z}_g} \right)^2 + \right. \\ \left. + (1 - w_g) m\bar{z}_v \left(1 - e^{-2m\bar{z}_v} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{q} \left(1 - e^{-m\bar{z}} \right)^2 \right]$$

Zur Lösung dieser Bemessungsgleichung sind drei verschiedene Wege verfügbar:

1. Ein halbgraphisches Verfahren für eine exakte Lösung,
2. ein Iterationsverfahren für elektronische Kleinrechner und
3. ein für die praktische Anwendung aufbereitetes nahezu exaktes Näherungsverfahren.

11. Überprüfung der Gültigkeit der Bemessungsgleichung durch Vergleiche mit bereits bekannten Verfahren zur Ermittlung von Wartezeiten

11.1. Vergleich der Folgeverspätungen ersten Grades mit den Behinderungszeiten nach der Behinderungstheorie

Bei der Überschneidung von zwei Fahrwegen entstehen bei zufälliger Ankunft der Züge Behinderungen, die nach dem von Potthoff [1] (Abschnitt 42.1) entwickelten Verfahren, der Behinderungstheorie berechnet werden können. Dieses Verfahren berücksichtigt nur die Behinderungen ersten Grades, nicht jedoch die Entstehung längerer Warteschlangen. Es ist zu prüfen, ob die Folgeverspätungen ersten Grades unter gleichen Voraussetzungen den Behinderungszeiten nach der Behinderungstheorie entsprechen.

Bei der Behinderungstheorie ist vorausgesetzt, dass die Züge auf ihrem eigenen Fahrweg bereits eingereicht sind, also planmäßig laufen und dadurch keine Behinderungen durch Selbstkorrelationen erleiden können. Man kann nun annehmen, dass auf dem einen der sich überschneidenden Fahrwege die pünktlichen Züge verkehren, auf dem anderen Fahrweg jedoch die Züge in zufälligen Abständen, etwa aus der Ausfahrgruppe eines großen Rangierbahnhofes, mit beliebig großen Verspätungen auf die Bedienungsstelle zulaufen.

Solche zufällige Ankunftsabstände der verspäteten Züge entstehen, wenn die mittlere Einbruchsverspätung p_m so groß wird, dass unabhängig von der ursprünglich geplanten Lage dieser Züge zu jedem Zeitpunkt die gleiche Wahrscheinlichkeit dafür besteht, dass ein solcher verspäteter Zug an der Bedienungsstelle eintrifft. Diese Bedingung ist mit Sicherheit dann erfüllt, wenn $p_m \rightarrow \infty$ geht. Dann besteht bei jedem der N_p Züge mit Einbruchsverspätung in jeder Verspätungsklasse die gleiche gegen 0 gehende Wahrscheinlichkeit. Dies gilt bereits, wenn p_m so groß wird, dass das Quadrat oder höhere Potenzen ihres Kehrwertes m vernachlässigbar klein werden. Für diese Grenzwertbetrachtung wird die Funktion

$w_p = m \cdot g \cdot e^{-m \cdot p}$ als Reihe entwickelt:

$$(11.1) \quad w_p = \lim_{m \rightarrow 0} g \cdot \left(m - m^2 \cdot p + \frac{m^3 \cdot p^2}{2!} - \frac{m^4 \cdot p^3}{3!} + \dots - \frac{m^{n+1} \cdot p^n}{n!} \right)$$

Nach dem Grenzübergang ergibt sich daraus

$$(11.1a) \quad w_p = \frac{g}{p_m}$$

Auch die Behinderungstheorie geht davon aus, dass die Züge auf den beiden sich überschneidenden Fahrwegen in zufälligen Abständen eintreffen und sich mit den daraus ergebenden Wahrscheinlichkeiten behindern. Die Behinderungstheorie erfasst nur solche Behinderungen, die zwischen jeweils zwei Zügen übertragen werden und vernachlässigt längere Warteschlangen.

Man kann daher die Behinderungen nach der Behinderungstheorie nur mit den Folgeverspätungen ersten Grades vergleichen, die durch so große mitt-

lere Einbruchsverspätungen $p_m \rightarrow \infty$ verursacht werden, dass die verspäteten Züge, deren Anteil g ist, quasi zufällig an der Bedienungsstelle eintreffen. Während jedoch bei der Behinderungstheorie vorausgesetzt wird, dass die auf dem gleichen Fahrweg verkehrenden Züge bereits gegenseitig eingeordnet an der Bedienungsstelle ankommen, gilt dies hier nur für die planmäßig verkehrenden Züge, deren Behinderungen aus Selbstkorrelationen gleich Null gesetzt werden können. Die verspäteten Züge treffen dagegen Poisson-verteilt an der Bedienungsstelle ein. Auf dem "Fahrweg der verspäteten Züge" werden deshalb die Behinderungen aus Selbstkorrelationen nicht zu null.

Nach [1] (Kap. 42.2) gilt für die Summe der Behinderungen bei Gleichrang je Tag zu $Z = 1440$ Minuten

$$(11.2) \quad P_{12} = n_1 \cdot n_2 \cdot \frac{f_{12}^2}{2 \cdot Z}$$

Hier bedeuten:

P_{12} die Summe aller Behinderungen, welche die Züge auf dem Fahrweg 1 infolge der Überschneidung (z.B. Einfädelung) der Fahrten auf dem Fahrweg 2 erleiden

n_1 Anzahl der Züge je Tag auf dem Fahrweg 1

n_2 Anzahl der Züge je Tag auf dem Fahrweg 2

f_{12} Mindestzugfolgezeit, mit der Fahrten auf dem Fahrweg 2 gegenüber den Fahrten auf dem Fahrweg 1 die Bedienungsstelle sperren.
Für diese Arbeit gelte $f_{12} = z_2$

Nun sei angenommen, auf dem Fahrweg 2 würden nur die verspäteten Züge verkehren. Da g den Anteil der verspäteten Züge an der Gesamtanzahl N darstellt, ist die Anzahl der Züge auf dem Fahrweg 2

$$(11.3) \quad n_2 = g \cdot N$$

und die Anzahl der pünktlich an der Bedienungsstelle eintreffenden Züge

$$(11.4) \quad n_1 = (1 - g) \cdot N$$

Die Gesamtanzahl N der täglich an der Bedienungsstelle eintreffenden Züge beträgt

$$(11.5) \quad N = n_1 + n_2$$

Die Summe aller Behinderungen P_B beträgt einschließlich der aus Selbstkorrelationen

$$(11.6) \quad P_B = P_{11} + P_{12} + P_{21} + P_{22}$$

Wenn die Züge auf dem Fahrweg 1 pünktlich verkehren und daher nicht durch andere Züge auf dem Fahrweg 1 behindert werden können, wird

$$(11.7) \quad P_{11} = 0$$

Da hier alle Züge als gleichrangig angesehen werden sollen, können alle Mindestzugfolgezeiten durch die mittlere Mindestzugfolgezeit gleichrangiger Züge \bar{z}_g ersetzt werden. Diese ist hier identisch mit der mittleren Mindestzugfolgezeit

$$\bar{z} = \bar{z}_g = f_{11} = f_{21} = f_{22}$$

Durch Einsetzen von (11.3) und (11.4) in (11.2) erhält man

$$(11.8) \quad P_{12} = (1 - g) \cdot N \cdot g \cdot N \cdot \frac{\bar{z}^2}{2T}$$

$$(11.9) \quad P_{21} = g \cdot N \cdot (1 - g) \cdot N \cdot \frac{\bar{z}^2}{2T}$$

und

$$(11.10) \quad P_{22} = g \cdot N \cdot g \cdot N \cdot \frac{\bar{z}^2}{2T}$$

Setzt man die Gleichungen (11.7), (11.8), (11.9) und (11.10) in Gl. (11.6) ein, so wird

$$(11.11) \quad P_B = 0 + (1 - g)gN^2 \frac{\bar{z}^2}{2T} + g(1 - g)N^2 \frac{\bar{z}^2}{2T} + g^2N^2 \frac{\bar{z}^2}{2T}$$

$$(11.12) \quad P_B = \left(g - g^2 + g - g^2 + g^2 \right) \frac{N^2 \bar{z}^2}{2T}$$

$$(11.13) \quad P_B = \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \frac{N^2 \cdot \bar{z}^2}{T}$$

Es ist nun zu prüfen, ob die Summe der Folgeverspätungen ersten Grades bei Gleichrang aller Zugfolgefälle und sehr großen Einbruchsverspätungen $p_m \rightarrow \infty$, aber einem Verspätungsgrad $g < 1$, bei einem beliebigen Anteil pünktlicher Züge, mit der Behinderungszeitsumme identisch wird. Wenn man in Gl. (8.24) $w_g = 1$ und $\bar{z} = \bar{z}_g$ setzt, erhält man

$$(11.14) \quad \bar{p}_{F1} = \frac{\bar{p} \cdot \left(1 - \frac{g}{2} \right) \cdot \left(1 - e^{-m\bar{z}} \right)^2}{m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}}$$

Die Summe der Folgeverspätungen 1.Grades ist dann

$$(11.15) \quad P_{F1} = \frac{N \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \left(1 - e^{-m\bar{z}} \right)^2}{(m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}) \cdot m}$$

wobei hier der Zusammenhang (10.36) bereits berücksichtigt wurde.

Wenn man Zähler und Nenner der Gleichung (11.15) um $1 - e^{-m\bar{z}}$ kürzt, wird

$$(11.16) \quad P_{F1} = \frac{N \cdot \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \cdot \left(1 - e^{-m\bar{z}} \right)}{\frac{m \cdot \bar{r}}{1 - e^{-m\bar{z}}} + 1}$$

Entwickelt man nun den Term $1 - e^{-m\bar{z}}$ als Reihe, so erhält man

$$(11.17) \quad P_{F1} = N \cdot \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{m\bar{z} - \frac{(m\bar{z})^2}{2!} + \frac{(m\bar{z})^3}{3!} - \dots + \frac{(m\bar{z})^n}{n!}}{1 + \frac{m\bar{r}}{m\bar{z} - \frac{(m\bar{z})^2}{2!} + \frac{(m\bar{z})^3}{3!} - \dots + \frac{(m\bar{z})^n}{n!}}}$$

Diese Gleichung lässt sich umformen zu

$$(11.18) \quad P_{F1} = N \cdot \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \cdot \frac{\bar{z} - \frac{m\bar{z}^2}{2!} + \frac{m^2\bar{z}^3}{3!} - \dots + \frac{m^{n-1}\bar{z}^n}{n!}}{1 + \frac{\bar{r}}{\bar{z} - \frac{m\bar{z}^2}{2!} + \frac{m^2\bar{z}^3}{3!} - \dots + \frac{m^{n-1}\bar{z}^n}{n!}}}$$

Bei sehr großen mittleren Einbruchsverspätungen geht $p_m \rightarrow \infty$ und damit $m \rightarrow 0$. Dadurch wird (11.18) zu

$$(11.19) \quad P_{F1} = N \cdot \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \cdot \frac{\bar{z}}{1 + \frac{\bar{r}}{\bar{z}}}$$

Der Bruch $\bar{z}/(1 + \bar{r}/\bar{z})$ wird mit \bar{z} multipliziert zu $\bar{z}^2/(\bar{z} + \bar{r})$. Da $\bar{z} + \bar{r} = z_m$ und $z_m = T/N$ ist, wird

$$(11.20) \quad P_{F1} = N \cdot \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \cdot \frac{N \cdot \bar{z}^2}{T}$$

Bringt man (11.20) in die Form von (11.13), so erhält man

$$(11.21) \quad P_{F1} = \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \cdot \frac{N^2 \cdot \bar{z}^2}{T}$$

Vergleicht man nun (11.13) mit (11.21) so ergibt sich

$$(11.22) \quad P_{F1} = P_B$$

Die Folgeverspätungen 1.Grades, also ohne Berücksichtigung der Warteschlangen sind innerhalb des vergleichbaren Bereiches identisch mit den Wartezeiten, die sich aus der Behinderungstheorie ergeben.

11.2 Überprüfung des Einflusses der Rangordnungsunterschiede

Bei der Ermittlung der Behinderungszeitsumme P_B nach Potthoffs Behinderungstheorie [1](Kap.42.2) ist es möglich, die unterschiedliche Rangordnung der Züge zu berücksichtigen. Die Behinderungszeitsumme ist bei Geben des vollen Vorranges genau doppelt so groß wie bei Gleichrang. Dabei gilt die Bedingung, dass die Züge zufällig an der Bedienungsstelle ankommen und für alle Zugfolgefälle gleich große Mindestzugfolgezeiten gelten.

Es ist nun zu prüfen, ob die Summe der Folgeverspätungen P_{F10} 1. Grades für $w_g = 0$ tatsächlich doppelt so groß werden wie P_{F11} für $w_g = 1$, wenn $\bar{z}_g = \bar{z}_v = \bar{z}$ ist und $p_m \rightarrow \infty$ geht:

$$(11.23) \quad P_{F10} = 2 \cdot P_{F11} \quad \text{oder} \quad \frac{P_{F10}}{P_{F11}} = 2$$

Setzt man in G1.(8.24) für $w_g = 0$ ein, so erhält man

$$(11.24) \quad \bar{p}_{F10} = \frac{\bar{p} \cdot \left(1 - \frac{g}{2}\right) \cdot m \cdot \bar{z} \cdot (1 - e^{-2m\bar{z}})}{m\bar{r} + 1 - e^{-m\bar{z}}}$$

und für $w_g = 1$ die Gleichung (11.14). Das Verhältnis betrage

$$(11.25) \quad \frac{P_{F10}}{P_{F11}} = \frac{N \cdot \bar{p}_{F10}}{N \cdot \bar{p}_{F11}} = y$$

Wenn man (11.24) und (11.14) in (11.25) einsetzt und kürzt, ergibt sich

$$(11.26) \quad y = \frac{m \cdot \bar{z} \cdot (1 - e^{-2m\bar{z}})}{(1 - e^{-m\bar{z}})^2}$$

und da auch

$$(11.27) \quad y = \frac{m \cdot \bar{z} \cdot (1 - e^{-m\bar{z}}) \cdot (1 + e^{-m\bar{z}})}{(1 - e^{-m\bar{z}}) \cdot (1 - e^{-m\bar{z}})}$$

geschrieben werden kann, ergibt sich durch Kürzen

$$(11.28) \quad y = \frac{m \cdot \bar{z} \cdot (1 + e^{-m\bar{z}})}{(1 - e^{-m\bar{z}})}$$

Ersetzt man die e-Funktionen durch Reihenentwicklungen, so wird

$$(11.29) \quad y = \frac{m\bar{z} \left(1 + 1 - m\bar{z} + \frac{(m\bar{z})^2}{2!} - \frac{(m\bar{z})^3}{3!} + \dots - \frac{(m\bar{z})^n}{n!} \right)}{1 - 1 + m\bar{z} - \frac{(m\bar{z})^2}{2!} + \frac{(m\bar{z})^3}{3!} - \dots + \frac{(m\bar{z})^n}{n!}}$$

Nach Kürzung mit $m\bar{z}$ erhält man für

$$(11.30) \quad y = \frac{2 - m\bar{z} + \frac{(m\bar{z})^2}{2!} - \frac{(m\bar{z})^3}{3!} + \dots - \frac{(m\bar{z})^n}{n!}}{1 - \frac{m\bar{z}}{2!} + \frac{(m\bar{z})^2}{3!} - \frac{(m\bar{z})^3}{4!} + \dots - \frac{(m\bar{z})^{n-1}}{n!}}$$

Wenn hier m auch nur so klein wird, dass die Glieder der Gleichung, die $m\bar{z}$ unter einer Potenz enthalten, vernachlässigbar klein werden, dann erhält man

$$(11.31) \quad y = \frac{2 - m\bar{z}}{1 - \frac{m\bar{z}}{2}}$$

oder, wie auch der Verlauf der Kurven für X_v und X_g in Bild 12.1 zeigt

$$(11.12) \quad y = 2$$

Damit ist bewiesen, dass das zur Ermittlung der Folgeverspätungen 1. Grades entwickelte Rechenverfahren innerhalb des vergleichbaren Bereichs die gleichen Ergebnisse auch hinsichtlich der Berücksichtigung der Rangordnung aller Züge liefert.

11.3 Überprüfung des Einflusses längerer Warteschlangen

Da die Behinderungstheorie nur Behinderungen 1. Grades, nicht aber solche in längeren Warteschlangen berücksichtigt, kann hier nur ein Vergleich zwischen der mittlerer Folgeverspätung, \bar{p}_F und der mittleren Wartezeit t_w nach der Warteschlangentheorie angestellt werden. Es wird vorausgesetzt, dass die Mindestzugfolgezeiten \bar{z} und die Bedienungszeiten b konstant und gleich groß seien.

Alle Züge seien einander gleichrangig und zu jedem Zeitpunkt bestehe die gleiche Wahrscheinlichkeit für die Ankunft eines Zuges an der einstelligen Bedienungsstelle. Diese Bedingung bedeutet, dass

$$w_g = 1, \bar{z}_g = \bar{z}_v = \bar{z} = z \text{ sei, } m \rightarrow 0 \text{ gehe und } g = 1 \text{ sei.}$$

Setzt man diese Bedingungen in (9.16) ein, so erhält man

$$(11.33) \quad \bar{p}_F = \frac{1}{2m} \frac{(1 - e^{-mz})^2 + (1 - e^{-mz})^2 \left(\frac{z}{\bar{r}} \right)}{m\bar{r} + 1 - e^{-mz}}$$

$$(11.34) \quad \bar{p}_F = \frac{(1 - e^{-mz})^2 + \left(1 + \frac{z}{\bar{r}} \right)}{2m(m\bar{r} + 1 - e^{-mz})}$$

Wenn man die Gleichung mit $1 - e^{-mz}$ kürzt und die Exponentialfunktion als Reihe entwickelt, erhält man

$$(11.35) \quad \bar{p}_F = \frac{\left(1 + \frac{z}{\bar{r}}\right)}{2m} \frac{m\bar{z} - \frac{(mz)^2}{2!} + \frac{(mz)^3}{3!} - \dots - \frac{(mz)^n}{n!}}{1 + \frac{m\bar{r}}{m\bar{z} - \frac{(mz)^2}{2!} + \frac{(mz)^3}{3!} - \dots - \frac{(mz)^n}{n!}}}$$

oder umgeformt

$$(11.36) \quad \bar{p}_F = \frac{1 + \frac{z}{\bar{r}}}{2} \frac{z - \frac{mz^2}{2!} + \frac{m^2z^3}{3!} - \dots - \frac{(m^{n-1}z)^n}{n!}}{1 + \frac{\bar{r}}{z - \frac{mz^2}{2!} + \frac{m^2z^3}{3!} - \dots - \frac{m^{n-1}z^n}{n!}}}$$

Lässt man nun $m \rightarrow 0$ gehen, so wird

$$(11.37) \quad \bar{p}_F = \frac{1 + \frac{z}{\bar{r}}}{2} \frac{z}{1 + \frac{z}{\bar{r}}}$$

oder umgeformt

$$(11.38) \quad \bar{p}_F = \frac{z}{2} \frac{z}{\bar{r}} = \frac{z^2}{2\bar{r}}$$

und weil

$$(11.39) \quad \frac{z}{\bar{r}} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

ist, wird

$$(11.40) \quad \bar{p}_F = \frac{z}{2} \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{b}{2} \frac{\rho}{1 - \rho} = t_w$$

Damit ist auch bewiesen, dass die Grundgleichung (9.16) Wartezeiten, die aus längeren Warteschlangen stammen, unter den gleichen Voraussetzungen in gleicher Größe liefert, wie das die von Morse [13] entwickelte Gleichung der Warteschlangentheorie tut.

12. Die Ermittlung der zur Begrenzung der Folgeverspätungen erforderlichen mittleren Pufferzeit

Nachdem die Richtigkeit der Grundgleichung (10.34) durch den Vergleich mit anderen Berechnungsverfahren für Wartezeiten zumindest unter den gleichen Bedingungen bewiesen ist, muss versucht werden, aus ihr die zur Begrenzung der Folgeverspätungen erforderliche mittlere Pufferzeit \bar{r}_{erf} zu ermitteln.

Für die Unbekannte q , den „Pufferzeitquotienten“ stellt die Grundgleichung eine Gleichung 3. Grades dar. Obwohl solche Gleichungen 3. Grades lösbar sind, ist der rechentechnische Aufwand der hier vorliegenden umfangreichen Gleichung so groß, dass eine analytische Lösung der Gleichung für die praktische Anwendung wenig geeignet ist.

Auf graphischem Weg lässt sich die Gleichung (10.39) hingegen mit erträglichem Aufwand lösen. Dazu ist es erforderlich, alle Glieder, die q enthalten, auf die linke Seite zu bringen. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit des Rechenganges werden folgende Kurzbezeichnungen gewählt.

Der „Flüssigkeitsgrad H “ (s. Abschnitt 19.1)

$$(12.1) \quad \frac{P_F}{T\left(g - \frac{g^2}{2}\right)} = H$$

Ein Term X_g für gleichrangige Zugfolgefälle

$$(12.2) \quad \left(1 - e^{-m\bar{z}_g}\right)^2 = X_g$$

Ein Term X_v für ungleichrangige Zugfolgefälle

$$(12.3) \quad m\bar{z}_v \left(1 - e^{-2m\bar{z}_v}\right) = X_v$$

Ein Term X_0 für die Warteschlange

$$(12.4) \quad (1 - e^{-m\bar{z}})^2 = X_0$$

Ein Term Y für die Verspätungsübertragung in Warteschlangen

$$(12.5) \quad \frac{1 - e^{-m\bar{z}}}{m\bar{z}} = Y$$

Unter Verwendung dieser Kurzbezeichnungen erhält man die Gleichung (10.39) die Struktur

$$(12.6) \quad H = \frac{w_g \cdot X_g + (1 - w_g) \cdot X_v + X_0/q}{(m\bar{z})^2 (1 + q)(q + Y)}$$

$$(12.7) \quad (1 + q)(q + Y) = \frac{w_g \cdot X_g + (1 - w_g) \cdot X_v}{H \cdot (m \cdot \bar{z})^2} + \frac{X_0}{q \cdot H(m \cdot \bar{z})^2}$$

Nach Multiplikation mit q ergibt sich

$$(12.8) \quad (q + q^2)(q + Y) - q \frac{w_g X_g + (1 - w_g) X_v}{H(m\bar{z})^2} = \frac{X_0}{H(m\bar{z})^2}$$

Man kann nun weiter

$$(12.9) \quad \frac{w_g \cdot X_g + (1 - w_g) \cdot X_v}{H \cdot (m \cdot \bar{z})^2} = F_1$$

und

$$(12.10) \quad \frac{X_0}{H(m \cdot \bar{z})^2} = F_2$$

setzen, so dass

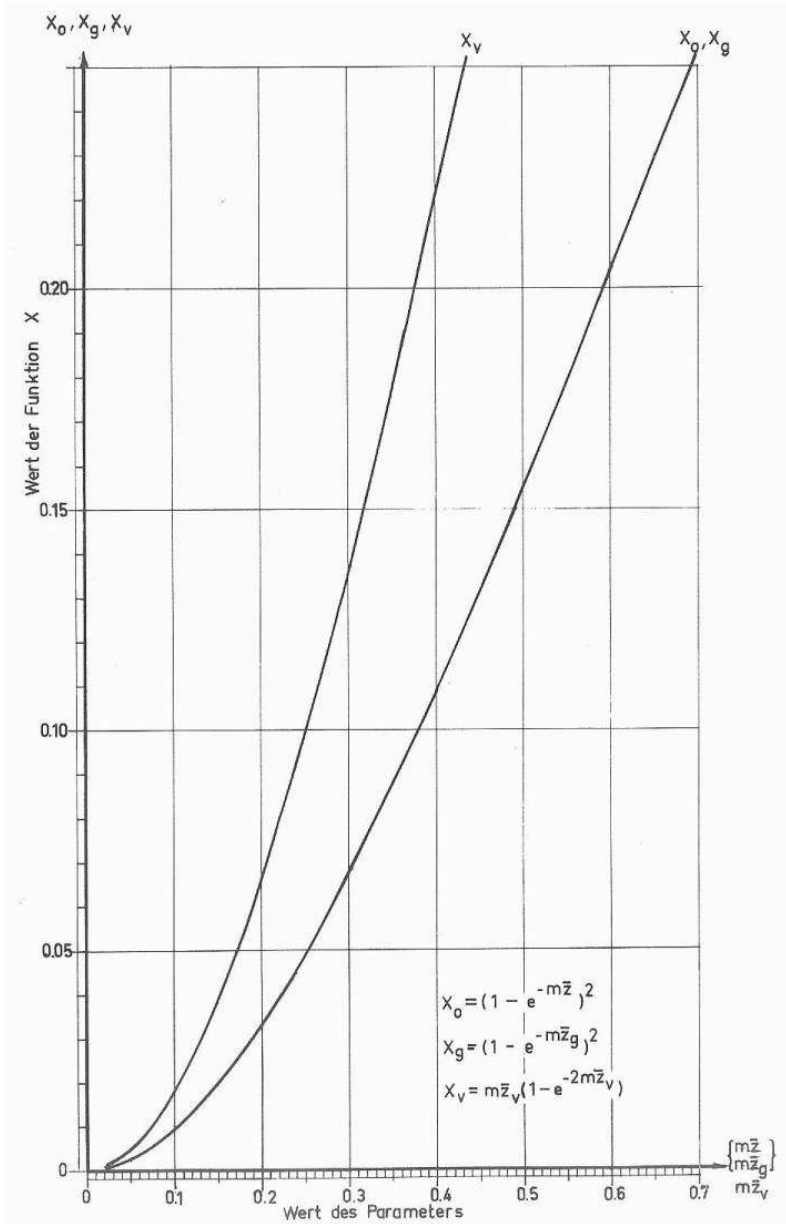


Bild 12.1

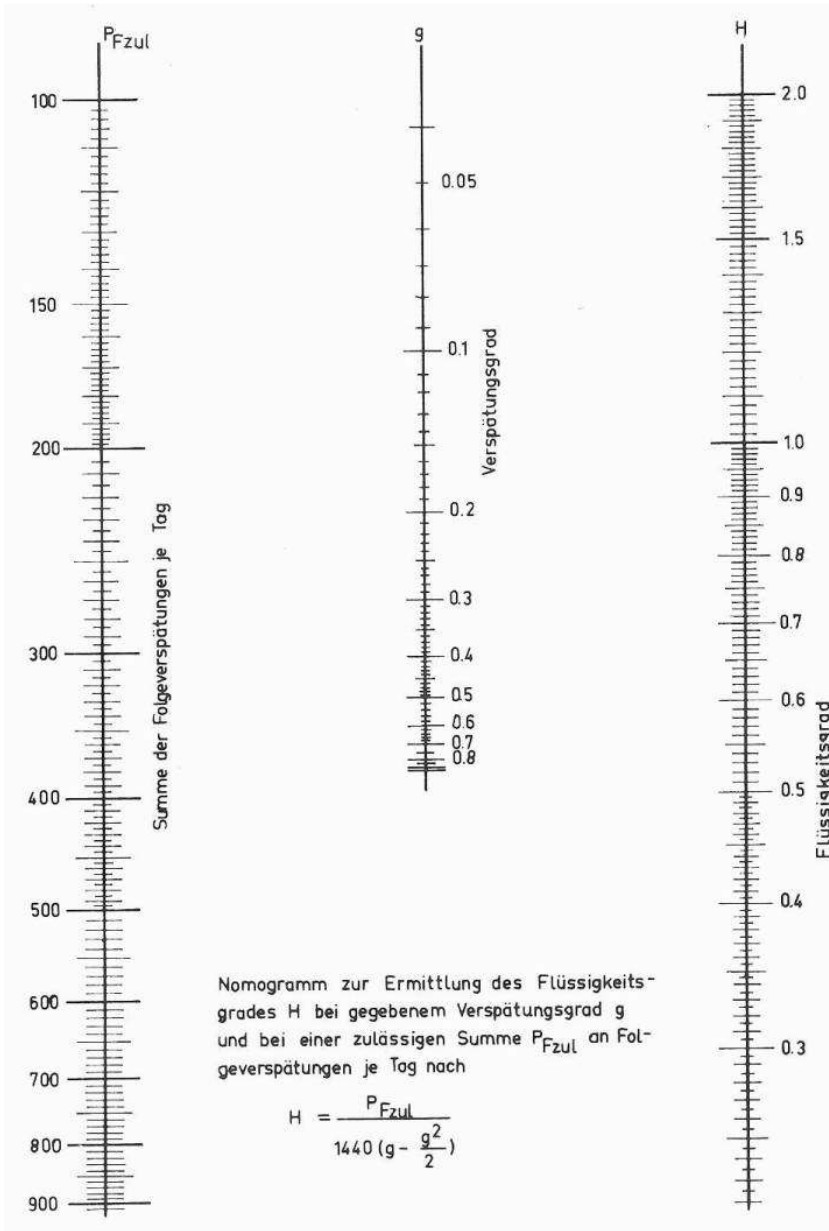


Bild 12.2

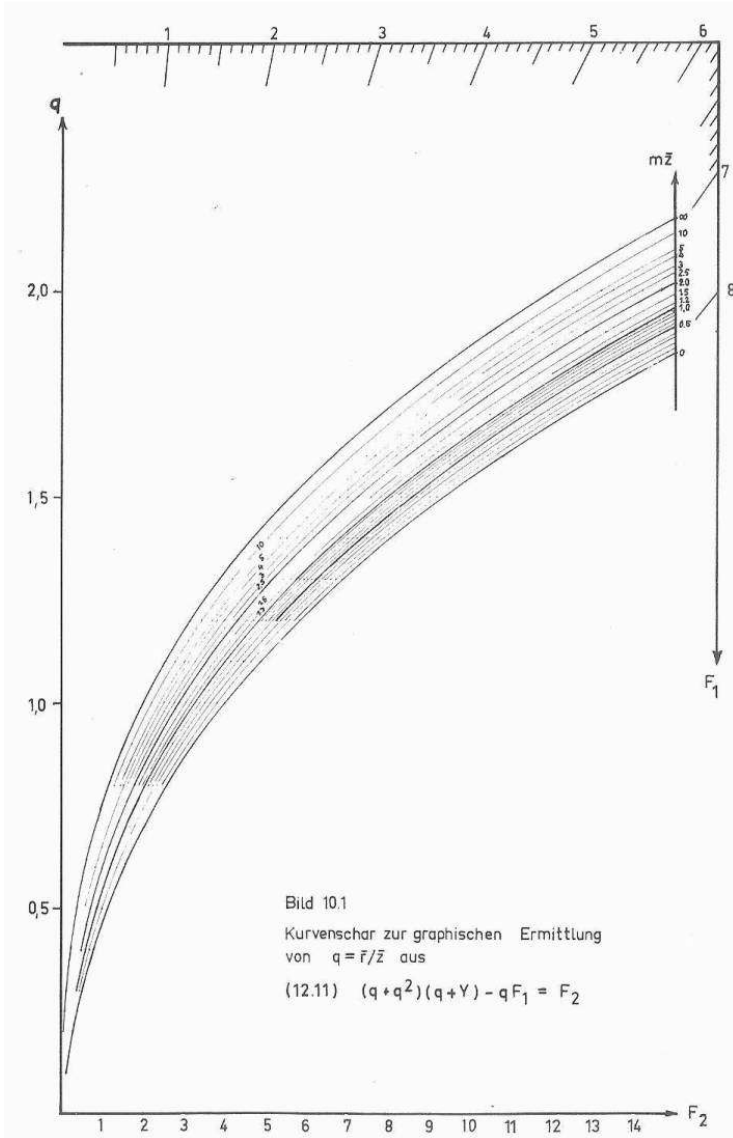


Bild 12.3

$$(12.11) \quad (q + q^2)(q + Y) - q \cdot F_1 = F_2$$

wird. Da $Y = f(m \cdot \bar{z})$ ist, kann für den ersten Summanden dieser Gleichung eine Kurvenschar $F_2 + q \cdot F_1 = f(q, m \cdot \bar{z})$ entwickelt werden. Die Kurventafel Bild 12.1 erlaubt die Ablesung der Größen X_g, X_v und X_0 . Damit lassen sich die Faktoren F_1 und F_2 ohne Hilfe von Tafeln der Exponentialfunktion $f(e^{-x})$ ermitteln.

Der Pufferzeitquotient q wird aus Bild 12.3 in folgender Weise abgelesen:

1. Der Koordinatennullpunkt (Schnittpunkt der q -Achse mit der F_2 -Achse) wird mit dem Wert von F_1 auf der F_1 -Skala durch eine Gerade verbunden.
2. Diese Gerade wird soweit parallel nach rechts verschoben, bis sie durch den Wert F_2 auf der Abszisse geht.
3. Die parallel verschobene Gerade schneidet dabei eine Kurve für $m\bar{z}$.
4. Legt man durch diesen Schnittpunkt eine Parallele zur Abszisse, so kann man an deren Schnittpunkt mit der Ordinate (q -Achse) den erforderlichen Pufferzeitquotienten ablesen.

Die erforderliche mittlere Pufferzeit ergibt sich dann aus

$$(12.12) \quad \bar{r}_{erf} = q \cdot \bar{z} \quad \text{vgl. (10.38)}$$

und die Streckenleistungsfähigkeit N_{zul}

$$(12.13) \quad N_{zul} = \frac{T}{\bar{z} + \bar{r}_{erf}}$$

oder unmittelbar über den zur Sicherung einer marktgerechten Betriebsqualität erforderlichen Pufferzeitquotienten q_{erf}

$$(12.14) \quad N_{zul} = \frac{T}{\bar{z}(1 + q_{erf})}$$

Wenn auch der hier entwickelte Lösungsweg scheinbar kompliziert und langwierig erscheint, so ist doch zu bedenken, dass die exakte Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten relativ weit zeitaufwendiger ist. Um die statistischen Parameter g und m zu ermitteln, muss eine längere Beobachtungsreihe über etwa 1000 Zugfahrten ausgewertet werden. Im Vergleich dazu ist dann der Aufwand von höchstens einer Arbeitsstunde zur Ermittlung der erforderlichen mittleren Pufferzeit gering.

Wenn in größerem Umfang Pufferzeiten zu bemessen sind, oder die Einflüsse der verschiedenen Parameter untersucht werden sollen, ist allerdings dieser Lösungsweg zu langwierig. Hier ist es dann vorteilhaft, einen programmierbaren elektronischen Kleinrechner einzusetzen. Bei den folgenden Berechnungen wurde ein Tischrechner für wissenschaftliche Zwecke des Typs Hewlett-Packard 9100 B verwendet. Diese Rechner zeichnen sich dadurch aus, dass sie keine maschinenorientierte Programmiersprache erfordern, sondern unmittelbar mit den mathematischen Zeichen programmiert werden. Die Programme können auf Magnetkarten gespeichert und kopiert werden. Sie stehen damit, zusammen mit einer kurzen Angabe über die benutzten Speicherplätze allen interessierten Stellen zur Verfügung. (Technischer Stand des Jahres 1974)

Die Logik des verwendeten Iterationsprogramms zeigt Anlage 12.1. Im Interesse einer raschen Konvergenz der Iteration wurde für die Summe der Folgeverspätungen eine Genauigkeit von 1 min für ausreichend erachtet. Dieser Wert entspricht bei $P_{zul} = 216$ min einer Genauigkeit von etwa 0,5 % der Leistungsfähigkeit. Das Programm selbst ist in Anlage 12.2 dargestellt.

13. Vergleich zwischen beobachteten und berechneten Folgeverspätungen

Die Wahl der Summe der Folgeverspätungen als Qualitätsmaßstab führt zu der Frage, ob die in der Wirklichkeit bei einem konkreten Beispiel beobachteten Folgeverspätungen in ihrer Summe ungefähr mit der berechneten Summe der Folgeverspätungen übereinstimmen. Dieser Vergleich kann nicht für einen statistisch repräsentativen Querschnitt durchgeführt werden,

da das hierzu erforderliche Zahlenmaterial nicht in der notwendigen Breite und Aufbereitung zur Verfügung steht. Aber auch bei einer Stichprobe, die nur aus den Betriebsvorgängen eines Tages besteht, sollten die beobachteten Folgeverspätungen nicht allzu weit von den berechneten Folgeverspätungen abweichen.

Als Stichprobe wurde der Betriebsablauf auf der Strecke Mannheim- Basel im Streckenabschnitt Offenburg-Lahr in Richtung Mannheim-Basel gewählt, wie er in den Arbeitsblättern der Zugüberwachung Karlsruhe vom 03.10.1969 aufgezeichnet ist (vgl. Anlage 3.2).

Dabei wurden bei $N = 104$ Zügen in 24 Stunden in $N_p = 54$ Fällen Einbruchsverspätungen von insgesamt $P = 1'146$ Miauten ermittelt. Die Einbruchsverspätungen sind im allgemeinen nicht identisch mit den Abgangsverspätungen in Offenburg. Abgangsverspätungen können bereits Folgeverspätungen enthalten. Da jedoch aus den Zü-Blättern auch die frühest möglichen Abfahrtszeiten entnommen werden können, war es möglich, die echten Einbruchsverspätungen zu ermitteln.

Eine Einbruchsverspätung eines Dg von 277 Minuten wurde nicht in Rechnung gesetzt, da Verspätungen dieser Größenordnung den Betrieb auf einer Strecke weniger stören als Verspätungen von wenigen Minuten und es sich dabei statistisch gesehen um einen außergewöhnlich seltenen Fall ("Ausreißer") handelt, der bei der angenommenen Verspätungsverteilung wahrscheinlich nur extrem selten auftritt. Die Verteilung der Verspätungen ist gekennzeichnet durch

$$g = \frac{N_p}{N} = \frac{54}{104} = 0,519231$$

und

$$m = \frac{N_p}{P} = \frac{54}{1146} = 0,047120$$

Die Mindestzugfolgezeiten wurden auf graphischem Weg durch Aneinanderschieben der Sperrzeitentreppen so ermittelt, dass sie der hier gültigen Definition als Bedienungszeiten entsprachen. Aus den in Tafel 13.1 aufgeführten Zuggattungen wurden vier Zuggattungsgruppen gebildet, in welche die verschiedenen Zuggattungen nach

ihren Reisezeiten im Streckenabschnitt Offenburg-Lahr eingereiht wurden.

Die gewogenen Mittel der Reisezeiten je Zuggattung wurden zu gewogenen Mitteln je Zuggattungsgruppe zusammengefasst. Dann wurde eine Zuggattung als repräsentativ gewählt, deren Reisezeit dem Mittel der Reisezeiten aller Zuggattungen der betreffenden Zuggattungsgruppe am besten entsprach.

Gattung	n_i	Reisezeit	Mittel	repr.Gattg.	Reisez.	Fahrplanelem.
TEE	3	8,0	10,1	D	10,2	BR 110 500 t, 400 m 140 km/h
F	3	10,2				
D	19	10,3				
E	9	10,2				
N	10	11,7	12,3	N	11,7	BR 141,120 km/h 200 t, 200 m
Lz	9	13,0				
TEEM	3	13,8	14,4	Sg	13,8	BR 140 1000 t, 400 m 100 km/h
Sg	7	13,8				
Lg	5	14,8				
De	6	15,0				
Gag	3	16,9	17,8	Dg	17,4	BR 140 1600 t, 700 m 80 km/h
Dg	22	17,4				
Ne	1	18,0				
Ng	3	18,8				
Üb, Üs,	1	29,0				

Tafel 13.1

Die Angaben der Zü-Blätter wurden in eine Verspätungsliste übertragen. Daraus war der Anteil der gleichrangigen Zugfolgefälle zu entnehmen. In 6 Fällen folgten einander Züge gleicher Gattung, in weiteren 8 Fällen Züge, die ungefähr gleich schnell und verwandter Gattung waren, wie Dg - Gag oder Dg - Ne. In insgesamt 29 Fällen traten Zugfolgen der gleichen Zuggattungsgruppe auf.

Durch Auszählen der Zugfolgefälle erhält man folgende Matrix:

2. Zug \ 1. Zug	D	N	Sg	Dg	$\sum n_i$
D	14 3,3	9 4,1	6 3,9	5 3,9	34
N	3 4,9	2 3,7	5 2,9	9 2,9	19
Sg	6 7,8 / 14,7	4 6,9	4 6,0	7 6,0	21
Dg	11 7,3	4 7,4	6 6,4	9 6,4	30

N=104

Tafel 13.2

Die jeweils untere Zahl in den Feldern der Matrix ist die Mindestzugfolgezeit für den betreffenden Zugfolgefall. Für den Zugfolgefall Sg vor D sind zwei Mindestzugfolgezeiten angegeben. Der erste Wert von 7,8 Minuten setzt eine Überholung des Sg in Lahr voraus. Bei dem zweiten Wert von 14,7 Minuten wurde dagegen die für die Entstehung der Folgeverspätungen ersten Grades wirklichkeitsnähere Annahme getroffen, dass der D den Sg zwischen Offenburg und Freiburg-Denzlingen nicht überholt, sondern dass bereits in Offenburg die Reihenfolge der Züge vertauscht wird. Der Sg wird dadurch zwar um 3,9 Minuten zusätzlich verspätet, erspart aber eine Überholung und kann in keinem Fall den Lauf des D-Zuges behindern, wie das bei einer Überholung in Lahr möglich ist. Der erste Wert gilt daher nur für die Abfuhr eines größeren Staus.

Die Auswertung der Matrix ergab für die

mittlere Mindestzugfolgezeit $\bar{z} = \frac{576,4}{104} = 5,54 \text{ [min]}$

Gleichrang $\bar{z}_g = \frac{135,2}{29} = 4,66 \text{ [min]}$

Verschiedenrang $\bar{z}_v = \frac{441,2}{75} = 5,88 \text{ [min]}$

Die Summe der Folgeverspätungen P_F erhält man durch Einsetzen der Ausgangswerte in die Gleichung (10.39). Dazu muss noch der Pufferzeitquotient q bestimmt werden. Für q gilt

$$(13.1) \quad q = \frac{T}{N \cdot \bar{z}} - 1$$

Damit wird

$$q = \frac{1440}{104 \cdot 5,54} - 1 = 1,499306$$

und die mittlere Pufferzeit

$$\bar{r} = q \cdot \bar{z} = 1,499306 \cdot 5,54 = 8,31 \text{ [min]}$$

Die vorhandene mittlere Pufferzeit ist mit 8,3 Minuten also erheblich größer, als die von Dilli für eine gute Betriebsqualität als ausreichend erachtete durchschnittliche "Toleranz" von 5,5 min. Bei einer nach den bisher gültigen Regeln (Dg-Überholung nur in Knotenbahnhöfen) ermittelten mittleren Mindestzugfolgezeit, die in diesem Fall 6,8 min betragen würde, und $r = 5,5$ min ergäbe sich eine Leistungsfähigkeit von 117 Zügen je Tag. Die Betriebsführung gilt auf dieser Strecke allerdings bereits bei der gegenwärtigen Belastung von 104 Zügen/Tag als schwierig.

Zusammenstellung der *Ausgangswerte*:

Wahrscheinlichkeit w_g für gleichrangige Zugfolgefälle:

$$w_g = \frac{N_g}{N} = \frac{14}{104} = 0,134615$$

Kehrwert der mittleren Verspätung der mit $p_m=21,22$ min verspäteten Züge

$$m = 0,047120$$

Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Verspätung

$$g = 0,519231$$

Mittlere Mindestzugfolgezeit über alle Zugfolgefälle

$$\bar{z} = 5,54 \text{ min}$$

Mittlere Mindestzugfolgezeit über alle gleichrangigen Zugfolgefälle

$$\bar{z}_g = 4,66 \text{ min}$$

Mittlere Mindestzugfolgezeit über alle verschiedenrangigen Zugfolgefälle

$$\bar{z}_v = 5,88 \text{ min}$$

Daraus ergeben sich als Zwischenwerte:

$$m\bar{z} = 0,261045 \quad e^{-m\bar{z}} = 0,770247$$

$$m\bar{z}_g = 0,219579 \quad e^{-m\bar{z}_g} = 0,802857$$

$$m\bar{z}_v = 0,277066 \quad 2m\bar{z}_v = 0,554132 \quad e^{-m\bar{z}_v} = 0,574571$$

und

$$\left(g - \frac{g^2}{2} \right) = 0,519231 - \frac{0,519231^2}{2} = 0,384430$$

Setzt man nun diese Werte in die Gleichung (10.39) ein, so erhält man als theoretische Summe der Folgeverspätungen

$$P_F = 1440 \cdot 0,384430 \cdot \left[0,134625 \cdot (1 - 0,802857)^2 + \right. \\ \left. + (1 - 0,134625) \cdot 0,277066 \cdot (1 - 0,574571) + \frac{(1 - 0,770247)^2}{1,499306} \right] \div \\ \div \left\{ 0,261045^2 \cdot (1 + 1,499306) \cdot \left[1,499306 + \frac{1 - 0,770247}{0,261045} \right] \right\}$$

$$P_F = 553,5792 \frac{0,005232 + 0,102004 + 0,035207}{0,068144 \cdot 5,946934}$$

$$P_F = 194,58 \text{ [min/Tag]}$$

Diesem theoretischen Wert können beobachtete Folgeverspätungen von insgesamt 207 Minuten je Tag gegenübergestellt werden. Sie sind in Anlage 3.2 Spalte 7 ausgeworfen. Da die Parameter der theoretischen Rechnung

dem gleichen Beispiel entnommen sind, ist ein Vergleich möglich. Es kann nicht geprüft werden, ob die Abweichung als zufällig betrachtet werden darf. Trotzdem zeigt der Vergleich beider Beträge von P_F , dass die Gleichung (10.39) zumindest bei diesem Beispiel die Wirklichkeit gut abbildet.

Für diese Untersuchung wurde ein Streckenabschnitt gewählt, der an einen Knotenbahnhof (Offenburg) anschließt. Der Anteil der bereits gegenseitig eingereichten verspäteten Züge ist daher sehr klein. Dadurch treten in diesem Abschnitt tatsächlich Folgeverspätungen auf, die der vollen Menge der theoretisch ermittelten Folgeverspätungen entsprechen. Würde der Streckenabschnitt an einen anderen anschließen, der größere Mindestzugfolgezeiten aufweist, aber so kurz ist, dass die Fahrzeitunterschiede zwischen den einzelnen Zügen nicht zu einer neuen Abfolge von Zugfolgezeiten führen und dessen Züge im wesentlichen auch den untersuchten Streckenabschnitt durchlaufen, wären sehr viel geringere Folgeverspätungen zu beobachten gewesen. Um also die Leistungsfähigkeit eines Streckenabschnittes in Abhängigkeit von den Parametern Mindestzugfolgezeit (Fahrzeit, Bündelung), Rangordnung, Einbruchsverspätung, Pufferzeit und Folgeverspätung richtig erfassen zu können, muss jeder Streckenabschnitt so betrachtet werden, als ob er an einen Knotenbahnhof anschließen würde.

14. Der Einfluss der verschiedenen Parameter auf die erforderliche mittlere Pufferzeit und die Streckenleistungsfähigkeit

Neben dem in Kapitel 11 angestellten mathematischen Vergleich mit anderen Verfahren in geeigneten Bereichen und dem in Kapitel 13 durchgeführten Vergleich zwischen der theoretischen und der in der Wirklichkeit beobachteten Summe der Folgeverspätungen muss noch untersucht werden, welchen Einfluss die verschiedenen Parameter der Bemessungsgleichung auf die Ergebnisse ausüben. Diese Untersuchung stellt eine Plausibilitätskontrolle dar, da aus der Erfahrung bekannt ist, in welche Richtung Veränderungen eines Parameters die Ergebnisse beeinflussen. Als Basis dieser Untersuchung wird das in Kapitel 13 enthaltene Beispiel verwendet. Während jeweils ein Parameter variiert wird, werden die restlichen festgehalten. Die Berechnung erfolgt nach dem in Kap. 12 angegebenen Verfahren auf

programmierbaren elektronischen Kleinrechnern. (vgl. Anlage 12.1) Dabei wurden folgende Ausgangswerte verwendet:

$$\begin{aligned} N &= 104 \quad [\text{Züge/Tag}] & \bar{z} &= 5,54 \quad [\text{min}] \\ N_p &= 54 \quad [\text{Züge/Tag}] & \bar{z}_g &= 4,66 \quad [\text{min}] \\ N_g &= 14 \quad [\text{Züge/Tag}] & \bar{z}_v &= 5,88 \quad [\text{min}] \\ P &= 1146 \quad [\text{Minuten/Tag}] \\ P_{F_{zul}} &= 195 \quad [\text{Minuten/Tag}] \end{aligned}$$

Zwischenwerte

$$\begin{aligned} m &= 0,047120 & p_m &= 21,2222 \quad [\text{min}] \\ g &= 0,519231 & \bar{p} &= 11,0192 \quad [\text{min}] \\ w_g &= 0,134615 \end{aligned}$$

14.1. Einfluss des Verspätungsgrades

Der Verspätungsgrad g , der die Wahrscheinlichkeit ausdrückt, mit der überhaupt eine Einbruchsverspätung beliebiger Dauer auftritt, kann zwischen Null und Eins liegen. Wenn keine Verspätungen auftreten, also für $g = 0$ muss $r_{erf} = 0$ werden und für $g = 1$ muss r_{erf} einem Größtwert zustreben. Die Rechnung hierzu ergab die folgenden Werte:

g	\bar{T}_{erf}	q	N_{zul}
0,519231	8,25	0,4016	104
0,0001	0,00	0,9994	260
0,001	0,04	0,9936	258
0,01	0,35	0,9398	244
0,05	1,61	0,7740	201
0,1	2,69	0,6566	171
0,2	4,82	0,5348	139
0,3	6,21	0,4714	122
0,4	7,31	0,4310	112
0,5	8,14	0,4049	105
0,6	8,77	0,3870	101
0,7	9,25	0,3743	97
0,8	9,59	0,3662	95
0,9	9,81	0,3610	94
1,0	9,86	0,3597	93

Tafel 14.1

Die Tafel 14.1. zeigt, dass die Leistungsfähigkeit N_{zul} nur noch langsam absinkt, wenn g über 0,4 hinaus anwächst. Änderungen des Verspätungsgrades g üben also nur im Bereich kleiner g einen wesentlichen Einfluss auf die erforderlichen mittleren Pufferzeiten und damit auf die Leistungsfähigkeiten aus.

14.2. Einfluss der mittleren Einbruchsverspätung

Die mittlere Einbruchsverspätung p_m oder ihr Kehrwert m bilden zusammen mit den Mindestzugfolgezeiten ein System von Einflussgrößen, da m in der Bemessungsformel nur als Faktor in $m\bar{z}$, $m\bar{z}_g$ und $m\bar{z}_v$ auftritt. Es ist zu erwarten, dass die Leistungsfähigkeit N_{zul} zunimmt, je kleiner die mittlere Einbruchsverspätung p_m wird. Bei der folgenden Rechnung wurde

nur der Kehrwert m der mittleren Einbruchsverspätung verändert, während alle übrigen Parameter festgehalten wurden.

m	\bar{T}_{erf}	ϱ	N_{zul}
0,04712	8,27	0,4012	104
0,000001	9,55	0,3671	95
0,001	9,52	0,3676	96
0,01	9,25	0,3745	97
0,05	8,20	0,4032	105
0,1	7,15	0,4367	114
0,2	5,60	0,4970	129
0,3	4,59	0,5464	142
0,4	3,88	0,5882	152
0,5	3,34	0,6234	162
1,0	1,99	0,7352	191
2,0	1,12	0,8319	216
5,0	0,49	0,9186	238
10,0	0,25	0,9560	248

Tafel 14.2

Die Rechnung bringt also das erwartete Ergebnis, dass bei sehr klein werdenden mittleren Einbruchsverspätungen nur noch sehr kleine Pufferzeiten erforderlich sind. Andererseits zeigt sich, dass die Streckenleistungsfähigkeit nur noch um zwei Züge von 97 auf 95 absinkt, wenn die mittlere Einbruchsverspätung von $p_m = 1/0,01 = 100$ Minuten auf 1 Million Minuten ansteigt. Dieses Ergebnis ist ebenfalls plausibel, da bei mittleren Einbruchsverspätungen über 20 Minuten (siehe $m = 0,05$ mit $N_{\text{zul}} = 105$) die meisten Züge ohnehin neu eingereicht werden müssen.

14.3. Einfluss des Verhältnisses \bar{z} / p_m

Das Verhältnis der mittleren Mindestzugfolgezeit zur mittleren Einbruchsverspätung erscheint in der Bemessungsformel als Produkt $m \cdot \bar{z}$. Es ist zu erwarten, dass die erforderliche mittlere Pufferzeit umso kleiner wird, je kleiner die mittlere Einbruchsverspätung gegenüber der mittleren Mindestzugfolgezeit, also je größer $m \cdot \bar{z}$ wird.

$m\bar{z}$	\bar{z}	\bar{r}_{erf}	q_{erf}	N_{zul}
0,5	3	3,78	0,4424	212
	5	6,30	0,4424	127
	8	10,08	0,4424	79
	20	25,20	0,4424	32
1,0	3	3,04	0,4965	238
	5	5,07	0,4965	142
	6	6,08	0,4965	119
	8	8,11	0,4965	89
	10	10,14	0,4965	71
	15	15,21	0,4965	48
	20	20,28	0,4965	36
2,0	3	2,15	0,5828	280
	20	14,32	0,5828	42

Tafel 14.3

Neben den erwarteten Ergebnissen fällt auf, dass die Belegungsgrade ρ für alle Mindestzugfolgezeiten \bar{z} konstant sind, wenn das Produkt $m \cdot g$ konstant gehalten wird. Bei dieser Untersuchung wurde $\bar{z} = \bar{z}_g = \bar{z}_v$ gesetzt, um übersichtliche Resultate zu erhalten. Diese Konstanz des Belegungsgrades entspricht einem konstanten Pufferzeitquotienten q . Wenn also $m \cdot g$ konstant gehalten wird, ist r_{erf} proportional zu \bar{z} . Dieser, aus der Struktur der Bemessungsgleichung leicht erkennbare Zusammenhang kann zur Erarbeitung eines Näherungsverfahrens benützt werden.

14.4. Einfluss des Unterschiedes der Mindestzugfolgezeiten

Für die Entwicklung des Nährungsverfahrens ist es von Bedeutung, den Einfluss zu kennen, den das Gleichsetzen der mittleren Mindestzugfolgezeiten der gleichrangigen Zugfolgefälle und der mittleren Mindestzugfolgezeiten der ungleichrangigen Zugfolgefälle mit der mittleren Mindestzugfolgezeit ausübt. Dabei wird von den Mindestzugfolgezeiten des Beispiels ausgegangen und bei gleichbleibender mittlerer Mindestzugfolgezeit das gegenseitige Verhältnis variiert.

Verhältnis $\bar{z} : \bar{z}_g : \bar{z}_v$	\bar{z}	\bar{z}_g	\bar{z}_v	\bar{r}_{erf}	q_{zul}	N_{zul}
1:0,84:1,06	5,54	4,66	5,88	8,27	0,4013	104
1 : 1 : 1	5,54	5,54	5,54	7,94	0,4108	107
1:0,92:1,03	5,54	5,10	5,71	8,10	0,4061	106 1*
1:0,68:1,12	5,54	3,78	6,22	8,61	0,3914	102 2*
1:0,56:1,59	5,54	3,11	8,82	11,91	0,3174	83 3*
1:0,42:2,12	5,54	2,33	11,76	15,68	0,2611	68 4*

Tafel 14.4

Während die Werte in der ersten Zeile der Tafel 14.4 wieder die Basis darstellen, sind bei 1* die Unterschiede der Mindestzugfolgezeiten auf die Hälfte reduziert, bei 2* dagegen verdoppelt. In der mit 3* bezeichneten Zeile wurde das Ausgangsverhältnis jeweils mit 1,5 und bei 4* mit 2,0 dividiert (\bar{z}_g) und multipliziert (\bar{z}_v). Die Unterschiede zwischen den drei Arten von Mindestzugfolgezeiten haben ihre Ursache in der Berücksichtigung der Spreizung der Zeit-Weg-Linien. Je größer diese Spreizung zwischen schnellen und langsamen Zügen und je größer die Abstände möglicher Überholungen werden, desto größer wird \bar{z}_v gegenüber \bar{z} und besonders gegenüber \bar{z}_g .

In dem Beispiel der Strecke Offenburg-Freiburg, dem die erste Zeile entspricht, wurde angenommen, dass schnelle Güterzüge zwischen Offenburg und Freiburg (Denzlingen) nicht überholt werden, da die Fahrzeitverluste

bei einer Überholung durch einen Schnellzug größer als die Verluste bei einem Hinterherfahren wären, besonders, wenn diese Überholung in den letzten Überholungsbahnhöfen vor Freiburg stattfände. Es ist also damit zu rechnen, dass in der Praxis kaum wesentlich größere Unterschiede der Mindestzugfolgezeiten als in dem Beispiel auftreten werden. Aber auch bei einer Verdoppelung der Unterschiede ergeben sich noch Leistungsfähigkeiten N_{zul} die nur um 2 % kleiner als die der Basiswerte sind.

Zwischen der Leistungsfähigkeit, die sich bei einem Verhältnis $\bar{z} \div \bar{z}_g \div \bar{z}_v = 1 \div 1 \div 1$ mit $N_{zul} = 107$ Zügen je Tag ergibt und der unter 2^* mit 102 Zügen je Tag besteht nur ein Unterschied von 5 %. Gegenüber den Basiswerten mit $N_{zul} = 104$ Zügen je Tag beträgt die Abweichung nur 3 %.

Wenn also keine ganz außergewöhnlichen Verhältnisse vorliegen, kann man auf die Unterscheidung der verschiedenen Arten der Mindestzugfolgezeiten verzichten und die erforderliche mittlere Pufferzeit nur auf Grund der mittleren Mindestzugfolgezeit \bar{z} bemessen. Der dabei zu erwartende Fehler bei der Ermittlung der Leistungsfähigkeit wird 5 % nur selten erreichen. Gegenüber einer pauschalen Festsetzung der Pufferzeiten erscheint diese Genauigkeit hervorragend. Bei der Entwicklung eines vereinfachten Bemessungsverfahrens wird daher von dieser Näherung Gebrauch gemacht.

14.5. Einfluss der Größe der Mindestzugfolgezeiten

Bei der Untersuchung dieses Einflusses wird von den Mindestzugfolgezeiten des Beispiels als Basis ausgegangen. Diese werden jeweils mit einem bestimmten Faktor multipliziert und behalten so ihre gegenseitigen Größenverhältnisse.

Es ist zu erwarten, dass mit größer werdenden Mindestzugfolgezeiten auch die erforderliche mittlere Pufferzeit wachsen muss, wenn die Betriebsqualität P_F gemessen als Summe der Folgeverspätungen gleich bleiben soll. Dabei zeigt sich jedoch, dass die erforderlichen Pufferzeiten nicht im gleichen Maß wie die Mindestzugfolgezeiten mitwachsen. Dieser Effekt zeigt sich deutlich am Anwachsen des zulässigen Belegungsgrades ρ_{zul} . Bei leistungsschwachen Strecken mit großen Mindestzugfolgezeiten können

demnach also etwas größere Belegungsgrade als bei Hochleistungsstrecken zugelassen werden. Die Ursache für diese Erscheinung ist die Abhängigkeit der erforderlichen Pufferzeiten von dem Produkt $m \cdot \bar{z}$. Dieses Produkt wird bei gleichbleibender mittlerer Einbruchsverspätung $p_m = 1/m$ und wachsender Mindestzugfolgezeit \bar{z} größer und führt damit zu den in 14.3. gezeigten Ergebnissen.

Faktor a	$a \bar{z}$	$a \bar{z}_g$	$a \bar{z}_v$	ϱ_{zul}	N_{zul}
0,4	2,22	1,86	2,35	0,3809	248
0,5	2,77	2,33	2,94	0,3845	200
0,6	3,32	2,80	3,53	0,3876	168
0,7	3,88	3,26	4,22	0,3906	145
0,8	4,43	3,73	4,70	0,3945	128
0,9	4,99	4,19	5,29	0,3979	114
1,0	5,54	4,66	5,88	0,4013	104
1,1	6,09	5,13	6,47	0,4045	96
1,2	6,65	5,59	7,06	0,4078	88
2,0	11,08	9,32	11,76	0,4329	56
3,0	16,62	13,98	17,64	0,4630	40
5,0	27,70	23,30	29,40	0,5155	27

Tafel 14.5

14.6. Einfluss der Rangordnungsunterschiede

Die Wahrscheinlichkeit w_g für das Auftreten gleichrangiger Zugfolgefälle hat den erwartungsgemäß starken Einfluss auf die Streckenleistungsfähigkeit.

w_g	\bar{r}_{erf}	$\Delta \bar{r}$	ρ_{zul}	N_{zul}
0	8,70	0,32	0,3891	101
0,1	8,38	0,29	0,3981	103
0,2	8,09	0,33	0,4065	106
0,3	7,76	0,32	0,4167	108
0,4	7,44	0,32	0,4268	111
0,5	7,12	0,31	0,4374	114
0,6	6,81	0,31	0,4484	117
0,7	6,50	0,30	0,4602	120
0,8	6,20	0,32	0,4717	123
0,9	5,88	0,30	0,4852	126
1.0	5,58		0,4983	130

Tafel 14.6

Zwischen der Leistungsfähigkeit bei $w_g = 0$ und der bei $w_g = 1$ besteht ein Unterschied von rund 30 %. Der Einfluss der unterschiedlichen Rangordnung der Züge ist so stark, dass er auch bei Näherungslösungen nicht vernachlässigt werden darf. Wie es aus der Struktur der Bemessungsgleichung zu erwarten ist, können die erforderlichen Pufferzeiten und die Leistungsfähigkeiten zwischen den Werten für $w_g = 0$ und $w_g = 1$ linear in Abhängigkeit von w_g interpoliert werden.

14.7. Einfluss der zulässigen Summe der Folgeverspätungen

Obwohl die Summe der Folgeverspätungen als Qualitätsmaß letzten Endes willkürlich gewählt werden kann und keine gegebene Größe darstellt, ist deren Einfluss auf die Ergebnisse des Bemessungsverfahrens ausschlaggebend. Es werden bei dieser Untersuchung die Basiswerte des Beispiels verwendet und nur die zulässigen Summe der Folgeverspätungen verändert.

P_{Fzul}	\bar{r}_{erf}	ρ_{zul}	N_{zul}
1	160,7	0,0333	9
2	116,3	0,0455	12
3	94,2	0,0556	14
5	72,0	0,0714	19
10	49,9	0,1000	26
20	33,2	0,1429	37
50	19,5	0,2212	58
100	12,85	0,3012	78
150	9,91	0,3584	93
200	8,15	0,4045	105
250	6,99	0,4421	114
300	6,15	0,4739	123
400	4,97	0,5269	136
500	4,19	0,5691	148
800	2,87	0,6586	171
1000	2,38	0,6998	181
1440	1,72	0,7626	198
2000	1,27	0,8127	211
2880	0,91	0,8595	223

Tafel 14.7

Die Tafel 14.7 zeigt, dass bei einer Zunahme der zulässigen Summe der Folgeverspätungen von 200 auf 300 Minuten/Tag um 50 % die Leistungsfähigkeit der Strecke nur von 105 um 17 % auf 123 Züge je Tag ansteigt. Die Bemessungsgleichung reagiert also in den die Praxis interessierenden Bereichen von P_F nicht sehr stark auf Änderungen von P_{Fzul} , also auf kleine Unterschiede in der Beurteilung der Betriebsqualität. Umgekehrt kann man erkennen, dass eine Überlastung einer Strecke um 17 % in diesem Vergleichsfall zu einer Erhöhung der Summe der Folgeverspätungen um 50 % führt.

Dieses überproportionale Anwachsen der Folgeverspätungen wird durch die betriebliche Erfahrung bestätigt. Ab einer gewissen Auslastung der Betriebsanlagen steigt der Pegel der Verspätungen rapide an. Dann aber reichen die Reserven an Personal und Betriebsmitteln nicht mehr aus, um

an die Stelle der, infolge der hohen Ankunftsverspätungen gestörten, planmäßigen Übergänge zu treten. Um diese unechten Mangelercheinungen auszugleichen, müssen die Reserven verstärkt werden. Dadurch werden Kosten verursacht, die durch die Vorhaltung leistungsfähigerer Betriebsanlagen vermeidbar wären.

15. Die zufällige Häufung kurzer Pufferzeiten

15.1. Begrenzung und Dauer einer Folge von Pufferzeiten

Neben der Leistungsfähigkeit einer Strecke N_{zul} über den ganzen Tag ist es für die Bearbeiter der Fahrpläne von Bedeutung zu wissen, wie viele Züge die Strecke in der Spitzenstunde leisten kann, ohne eine schlechtere Betriebsqualität als zugelassen wurde, zu verursachen. Dies ist dann der Fall, wenn die Häufung der Züge in der Spitzenstunde, oder einem anderen einmal täglich auftretenden Zeitraum T_b nicht dichter ist als eine *zufällige* Häufung kurzer Pufferzeiten in diesem Zeitraum. Es würde zu falschen Ergebnissen führen, wenn man von einer Verteilung der Züge oder der Zugfolgezeiten ausginge, wie dies bei Potthoff [1] Kap. 33 unter der Hypothese des Zusammenlaufens mehrerer Strecken geschieht.

Bei dem Betriebsgeschehen auf der Strecke wechseln Pufferzeiten mit Mindestzugfolgezeiten, wie auf Bild 15.1 dargestellt ist. Die Ereignisse "Beginn der ersten Streckensperrzeit eines Zuges" können nicht Poissonverteilt sein, wenn die Pufferzeiten negativ-exponential verteilt sind. Man könnte die Verteilung dieser Ereignisse mit Erlang-Funktionen beschreiben, hätte dabei aber bestenfalls eine brauchbare Näherung, da die Ereignisabstände eine Mindestzugfolgezeit nicht unterschreiten können, Erlangfunktionen jedoch auch kleinere, nicht mögliche Ereignisabstände liefern. (s. Kapitel 4)

Obwohl die Mindestzugfolgezeiten in gewissem Rahmen streuen, so sind sie doch gegenüber den negativ-exponential verteilten Pufferzeiten, besonders als Durchschnitt einer Vielzahl von Mindestzugfolgezeiten eher als konstant zu betrachten. Der Abstand zwischen dem ersten und dem letzten Zug eines Bündels von N_b Zügen betrage T_b Minuten. Dadurch endet die Mindestzugfolgezeit des letzten Zuges des Bündels außerhalb der Zeit T_b .

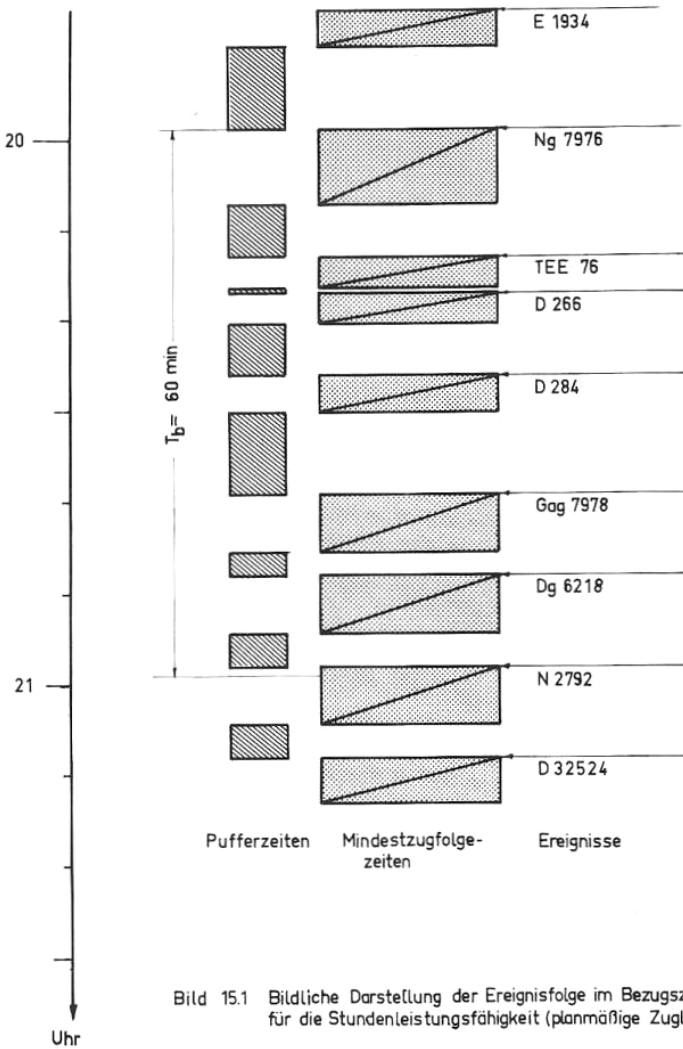


Bild 15.1 Bildliche Darstellung der Ereignisfolge im Bezugszeitraum für die Stundenleistungsfähigkeit (planmäßige Zuglagen)

Bild 15.1

Die Summe der in die Zeit T_b fallenden Mindestzugfolgezeiten beträgt deshalb nur

$$(15.1) \quad \sum_{i=1}^{N_b-1} z_i = (N_b - 1) \cdot \bar{z}$$

Wie Bild 15.1 weiter zeigt, können auch nur $N_b - 1$ Pufferzeiten in dem Zugbündel liegen. Das bedeutet bei der Auszählung der in der Wirklichkeit geplanten Züge, dass man dem Zugbündel auch noch einen in die 60. Minute (Stundenleistungsfähigkeit) fallenden Zug zuschlägt, weil der Beginn seiner Mindestzugfolgezeit die letzte Pufferzeit des Zugbündels beendet. In das Bündel von T_b Minuten Dauer fallen also N_b Züge, aber nur $N_b - 1$ Mindestzugfolgezeiten und $N_b - 1$ Pufferzeiten.

Für die Bündeldauer gilt also

$$(15.2) \quad T_b = (N_b - 1) \cdot \bar{z} + \sum_{i=1}^{N_b-1} z_i$$

oder

$$(15.3) \quad \sum_{i=1}^{N_b-1} z_i = T_b - (N_b - 1) \cdot \bar{z}$$

Ein Bündel von $N_b - 1$ Pufferzeiten mit einer Gesamtdauer von $T_b - (N_b - 1) \cdot \bar{z}$ habe an der nicht mit Mindestzugfolgezeiten belegten Zeit des Tages einen bestimmten Anteil a_b . Wenn die Belegungszeit $B = N \cdot \bar{z}$ ist, so ist die nicht belegte Zeit $T - B$. Für diesen Anteil gilt also

$$(15.4) \quad a_b = \frac{T_b - (N_b - 1) \cdot \bar{z}}{T - N \cdot \bar{z}}$$

Die Wahrscheinlichkeit w_b für das Auftreten eines solchen Bündels lässt sich über diesen Anteil a_b schätzen. Sie beträgt demnach

$$(15.5) \quad w_b = \frac{T_b - (N_b - 1) \cdot \bar{z}}{T - N \cdot \bar{z}}$$

15.2. Die Wahrscheinlichkeit von Häufungen kleiner Pufferzeiten

Da die Pufferzeiten negativ-exponential verteilt sind, lässt sich für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer Pufferzeit von r Minuten Dauer nach

$$(4.2 \text{ s.o.}) \quad w_r = \frac{1}{\bar{r}} e^{-\frac{r}{\bar{r}}}$$

ansetzen.

Wenn man wissen will, wie groß die Wahrscheinlichkeit w_{b1} dafür ist, dass eine Pufferzeit von R Minuten Dauer unterschritten wird, ist über w_r von $r = 0$ bis $r = R$ zu integrieren. Die Wahrscheinlichkeit

$$(15.6) \quad w_{b1} = \int_{r=0}^{r=R} w_r \, dr$$

und

$$(15.7) \quad w_{b1} = \int_{r=0}^{r=R} \frac{1}{\bar{r}} \cdot e^{-\frac{r}{\bar{r}}} \, dr$$

wird nach Lösung des Integrals zu

$$(15.8) \quad w_{b1} = 1 - e^{-\frac{R}{\bar{r}}}$$

Mit dieser Wahrscheinlichkeit w_{b1} ist die Pufferzeit zwischen einem Bündel von $N_b = 2$ Zügen kleiner oder gleich R . Setzt man $w_{b1} = w_b$, also die Gleichungen (15.5)=(15.8) und für $N_b = 2$, so erhält man

$$(15.9) \quad \frac{T_b - \bar{z}}{T - N \cdot \bar{z}} = 1 - e^{-\frac{R}{\bar{r}}}$$

und da R in diesem Fall $T_b - \bar{z}$ ist, wird

$$(15.10) \quad \frac{T_b - \bar{z}}{T - N \cdot \bar{z}} = 1 - e^{-\frac{T_b - \bar{z}}{\bar{r}}}$$

Diese Überlegungen sind nun für Bündel von Pufferzeiten anzustellen. Dazu sind erst die Wahrscheinlichkeitsverteilungen jeder Pufferzeit zu einer Wahrscheinlichkeitsverteilung der Summe dieser Pufferzeiten zusammenzufassen. Dies geschieht mit Hilfe der Methode der Faltung [15] (Kap.2.1.2.2.). Dort gilt für die Dichtefunktion $f(z)$ der Summe von zwei Zufallsvariablen x und y mit den Dichtefunktionen $f_1(x)$ und $f_2(y)$ und für $z = x + y$, also $y = z - x$

$$(15.11) \quad f(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) \cdot f_2(z - x) \cdot dx$$

Um die Summe der Zufallsvariablen z nicht mit der Mindestzugfolgezeit z zu verwechseln, wird die Summe der Zufallsvariablen im weiteren mit δ bezeichnet. Dadurch gilt für $x + y = \delta$.

Wenn die Dichtefunktionen $f_1(x)$ und $f_2(y)$ für alle reellen Zahlen definiert sind, was hier der Fall ist, gilt

$$(15.12) \quad f(\delta) = \int_0^{\delta} f_1(x) \cdot f_2(\delta - x) \cdot dx$$

In dem vorliegenden Fall sind die Funktionen

$$(15.13) \quad f_1(x) = f_2(y) = \frac{1}{r} e^{-\frac{r}{r}}$$

Setzt man diese Gleichungen in (15.12) ein, so erhält man

$$(15.14) \quad f(\delta) = \int_0^{\delta} \frac{1}{r^2} \cdot e^{-\frac{r}{r}} \cdot e^{-\frac{\delta-r}{r}} \cdot dr$$

oder

$$(15.15) \quad f(\delta) = \frac{1}{r^2} \int_0^{\delta} e^{-\frac{\delta}{r}} \cdot dr$$

und nach Lösung des Integrals

$$(15.16) \quad f(\delta) = \frac{1}{\bar{r}^2} \cdot \delta \cdot e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}}$$

Da hier δ die Summe von zwei Pufferzeiten darstellt, sei dies durch den Index 2 ausgedrückt, so dass

$$(15.17) \quad f(\delta_2) = \frac{1}{\bar{r}^2} \cdot \delta_2 \cdot e^{-\frac{\delta_2}{\bar{r}}}$$

wird. Wenn man an die Stelle von r in Gleichung (15.14) δ_2 setzt, so erhält man für

$$(15.18) \quad f(\delta_3) = \frac{1}{2\bar{r}^2} \cdot \delta_3^2 \cdot e^{-\frac{\delta_3}{\bar{r}}}$$

Setzt man nun wieder δ_3 an die Stelle von r in (15.14) so erhält man

$$(15.18a) \quad f(\delta_4) = \frac{1}{6\bar{r}^4} \cdot \delta_4^3 \cdot e^{-\frac{\delta_4}{\bar{r}}}$$

oder allgemein für ein Bündel von k Pufferzeiten

$$(15.19) \quad f(\delta_k) = \frac{1}{(k-1)!\bar{r}^k} \cdot \delta_k^{k-1} \cdot e^{-\frac{\delta_k}{\bar{r}}}$$

Wenn man wie bei Gleichung (15.6) fragt, wie groß die Wahrscheinlichkeit w_{bk} dafür ist, dass eine Summe von k Pufferzeiten weniger als R Minuten umfasst, hat man $f(\delta_k)$ in den Grenzen von $\delta_k = 0$ bis $\delta_k = R$ zu integrieren:

$$(15.20) \quad w_{bk} = \int_{\delta_k=0}^R f(\delta_k) \cdot d\delta$$

Setzt man in (15.20) die Gleichung (15.19) ein, so erhält man (15.21)

$$(15.21) \quad w_{bk} = \frac{1}{\bar{r}^k} \int_{\delta_k=0}^R \delta_k^{k-1} \cdot e^{-\frac{\delta_k}{\bar{r}}} d\delta.$$

Dieses Integral hat die Struktur

$$(15.22) \quad I = \int \delta^n \cdot e^{c \cdot \delta} d\delta$$

dessen Lösung

$$(15.23) \quad I = \frac{1}{c} \cdot \delta^n e^{c \cdot \delta} - \frac{n}{c} \int \delta^{n-1} e^{c \cdot \delta} \cdot d\delta$$

ist. Die Lösung für w_{bk} wird übersichtlicher, wenn man für k einen bestimmten Wert, wie beispielsweise $k = 4$ einsetzt. Dann ist

$$(15.24) \quad w_{b4} = \frac{1}{6\bar{r}^4} \int_{\delta=0}^R \delta^3 \cdot e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} \cdot d\delta$$

Hier ist also für $c = -1/r$ und für $n = k = 4$ einzusetzen. Bei δ wird jetzt der Index 4 zur Verbesserung der Übersichtlichkeit weggelassen. Die Lösung des Integrals lautet also

$$(15.25) \quad w_{b4} = \frac{1}{6\bar{r}^4} \left[-\bar{r} \delta^3 e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} + 3\bar{r} \int \delta^2 e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} \cdot d\delta \right]$$

und

$$(15.26) \quad w_{b4} = \frac{1}{6\bar{r}^4} \left[-\bar{r} \delta^3 e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} + 3\bar{r} \left(-\bar{r} \delta^2 e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} + 2\bar{r} \int \delta e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} \cdot d\delta \right) \right]$$

so dass das vollständige Integral

$$(15.27) \quad w_{b4} = \frac{1}{6\bar{r}^4} \left\{ -\bar{r} \delta^3 e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} + 3\bar{r} \left[-\bar{r} \delta^2 e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} + 2\bar{r} \left(\bar{r} \delta e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} - \bar{r}^2 e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} \right) \right] \right\}$$

ergibt. Diese Gleichung lässt sich umformen zu

$$(15.28) \quad w_{b4} = \frac{1}{6\bar{r}^4} \left\{ -\bar{r} \delta^3 - 3\bar{r}^2 \delta^2 - 6\bar{r}^3 \delta - 6\bar{r}^4 \right\} e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}}$$

und zu

$$(15.29) \quad w_{b4} = e^{-\frac{\delta}{\bar{r}}} \left(-\frac{\delta^3}{6\bar{r}^3} - \frac{\delta^2}{2\bar{r}^2} - \frac{\delta}{\bar{r}} - 1 \right) \Big|_{\delta=0}^R$$

mit den Grenzen $\delta = 0$ bis $\delta = R$ Damit wird für $N_b - 1 = 4$

$$(15.30) \quad w_{b4} = 1 - e^{-\frac{R}{\bar{r}}} \cdot \sum_{i=0}^3 \frac{\left(\frac{R}{\bar{r}}\right)^i}{i!}$$

und allgemein, wenn man $N_b - 2 = k$ setzt

$$(15.31) \quad w_{bk} = 1 - e^{-\frac{R}{\bar{r}}} \cdot \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\left(\frac{R}{\bar{r}}\right)^i}{i!}$$

Der Bruch R/\bar{r} bedeutet, dass die Summe aller $k+1$ Pufferzeiten des Zugbündels zwischen dem 1. und dem N_b -ten Zug zur mittleren Pufferzeit in einem bestimmten Verhältnis steht, das mit α bezeichnet wird. Für

$$(15.32) \quad \frac{R}{\bar{r}} = \alpha \text{ und } R = \alpha \cdot \bar{r}$$

ist

$$(15.33) \quad w_{bk} = 1 - e^{-\alpha} \sum_{i=0}^k \frac{\alpha^i}{i!}$$

Für den Fall $\bar{z} = 0$ entspricht die Gleichung (15.33) der von Hochsteiner [12] abgeleiteten Formel für die Wahrscheinlichkeit von Summen der Poisson-Funktion, allerdings hier nicht als Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Merkmals, sondern als Wahrscheinlichkeit w_{bk} für das Auftreten eines Bündels von $k+1$ Pufferzeiten mit einer Gesamtdauer von R Zeiteinheiten oder mit einer Gesamtdauer, die dem. α -fachen der mittleren Pufferzeit entspricht.

Für den Fall $\bar{z} \neq 0$ bedeutet w_{bk} , dass die Summe der $k+1$ Pufferzeiten, die zwischen $N_b = k+2$ Zügen auftreten, mit einer Wahrscheinlichkeit von w_{bk} höchstens das α -fache der mittleren Pufferzeit \bar{r} beträgt. Mit einer Wahr-

scheinlichkeit von $1 - w_{bk}$ wird dagegen die Summe R dieser Pufferzeiten größer als $R = \alpha \cdot \bar{r}$ sein.

15.3. Die täglich einmal auftretenden stärksten Zugbündel

Eine Spitzenstunde eines Verkehrssystems zeichnet sich dadurch aus, dass in dieser die Summe aller Pufferzeiten ein Minimum erreicht, oder umgekehrt dass in jeder der restlichen 23 Stunden des Tages größere Summen an Pufferzeiten auftreten. In einer Spitzenstunde erreicht der Belegungsgrad einer Bedienungsstelle dadurch ein Maximum. Man kann somit verlangen, dass in 23 Stunden eine größere Summe als $k+1$ Pufferzeiten mit zusammen R Minuten Pufferzeiten auftritt und nur in einer Stunde die Summe von $k+1$ Pufferzeiten kleiner als R wird. Über a_b wird R in Beziehung zur Summe aller Pufferzeiten je Tag gesetzt. Die Summe R der in den Zeitraum T_b fallenden Pufferzeiten beträgt

$$(15.35) \quad R = T_b - (k + 1) \cdot \bar{z}$$

Wählt man nun R so groß, dass $w_{bk} = a_b$ wird, so gilt

$$(15.36) \quad w_{bk} = \frac{T_b - (k + 1) \cdot \bar{z}}{T - N \cdot \bar{z}}$$

Setzt man (15.32) in (15.35) ein, so erhält man

$$(15.37) \quad \alpha \cdot \bar{r} = T_b - (k + 1) \cdot \bar{z}$$

und aufgelöst nach α

$$(15.38) \quad \alpha = \frac{T_b - (k + 1) \cdot \bar{z}}{\bar{r}}$$

Ersetzt man nun in (15.36) die Anzahl der Züge N je Tag

$$N = \frac{T}{\bar{r} + \bar{z}},$$

so wird

$$(15.39) \quad w_{bk} = \frac{T_b - (k+1) \cdot \bar{z}}{T - \bar{z} \frac{T}{\bar{r} + \bar{z}}}$$

Diese Gleichung lässt sich umformen zu

$$(15.40) \quad w_{bk} = \frac{[T_b - (k+1) \cdot \bar{z}] \cdot \left[1 + \frac{\bar{z}}{\bar{r}}\right]}{T}$$

Durch Einsetzen der Gleichung (15.38) in (15.33) und durch Gleichsetzen der rechten Seiten der Gleichungen (15.40) und (15.33) entsteht eine Bestimmungsgleichung die einen Zusammenhang zwischen $k = N_b - 2$, T_b , T , \bar{r} , und \bar{z} herstellt

$$(15.41) \quad \frac{[T_b - (k+1) \cdot \bar{z}] \cdot \left[1 + \frac{\bar{z}}{\bar{r}}\right]}{T} = 1 - e^{-\frac{T_b - (k+1) \cdot \bar{z}}{\bar{r}}} \sum_{i=0}^k \frac{\left(\frac{T_b - (k+1) \cdot \bar{z}}{\bar{r}}\right)^i}{i!}$$

Diese Gleichung gibt an, wie viele Züge wahrscheinlich im Durchschnitt einmal täglich in ein dichtestes Bündel geraten, bei dem zwischen dem Eintreffen des ersten und des letzten Zuges ein Zeitraum von T_b liegt. Sie beruht auf einer angenähert negativ-exponentialen Verteilung der Pufferzeiten und erlaubt, da sie somit die gleichen Grundlagen wie die Bemessungsgleichung für die Pufferzeiten besitzt, die Ermittlung der Anzahl der Züge, die in Spitzenzeiten fallen.

Setzt man in dieser Gleichung $\bar{z} = 0$, so erhält man

$$(15.42) \quad \frac{T_b}{T} = 1 - e^{-\frac{T_b}{\bar{r}}} \sum_{i=0}^k \frac{\left(\frac{T_b}{\bar{r}}\right)^i}{i!}$$

Hierbei ergibt das Verhältnis der Bündeldauer T_b zur mittleren Pufferzeit \bar{r} wieder α . Setzt man in (15.41) für $\bar{r} = 0$, so wird

$$(15.43) \quad \frac{T_b - (k+1) \cdot \bar{z}}{T} = 0$$

oder

$$(15.44) \quad N_b = \frac{T_b}{\bar{z}} + 1$$

Da die Gleichung (15.41) nicht nach \bar{r} auflösbar ist, wurde zur Lösung der Weg einer Iteration nach dem in Anlage 15.1 schematisch dargestellten Programm auf einer Hewlett-Packard 6100 B gewählt. Dazu wurde die Gleichung (15.41) unter Verwendung des Zusammenhangs (15.38) in die Form

$$(15.45) \quad \frac{T_b - (k+1) \cdot \bar{z} + \alpha \cdot \bar{z}}{T} = 1 - e^{-\alpha} \sum_{i=0}^k \frac{\alpha^i}{i!}$$

gebracht.

Die Iteration beginnt mit Schritten $\Delta \alpha = 0,001$ und endet mit $k=19$ und Iterationsschritten von $\Delta \alpha = 0,05$. Das Ergebnis dieser Iteration ist in Anlage 15.2, ausgedrückt. Brauchbar sind nur Lösungen für $\bar{r} > 0$. Da die Iterationsschritte $\Delta \alpha$ im Interesse erträglicher Rechenzeiten nicht zu klein gewählt werden dürfen, sind die ausgedruckten Pufferzeiten \bar{r} nur bis zur 1. Dezimale zuverlässig. Um die Leistungsfähigkeit in der Spitzenstunde zu erhalten, muss $T_b = 60$ [min] gewählt werden. Die Werte der Anlage 15.2 sind im Bild 15.2 graphisch dargestellt. Dabei zeigte sich, dass die Genauigkeit der Iteration von \bar{r} bei der Konstruktion der Kurvenschar der Zeichengenauigkeit entsprach und damit voll ausreicht.

Aus Bild 15.1 kann abgelesen werden, wie viele Züge maximal in der Spitzenstunde geplant werden dürfen, wenn die negativ-exponentiale Verteilung der Pufferzeiten, also die Voraussetzung der Bemessungsgleichung der Pufferzeiten, nicht gestört werden soll.

Wenn also beispielsweise auf einem Streckenabschnitt eine mittlere Mindestzugfolgezeit $\bar{z} = 5,54$ [min] und eine mittlere erforderliche Pufferzeit $\bar{r}_{erf} = 8,15$ [min] ermittelt wurden, dann darf das in der Spitzenstunde auftretende dichteste Zugbündel 7 Züge betragen. Alle übrigen Stunden müssen schwächere Belegungen aufweisen. Die Auszählung beginnt bei der Minute 0 und endet mit der vollendeten Minute 60 einer Stunde, die nicht mit einer vollen Stunde zu beginnen braucht.

15.4. Dichteste Häufungen von negativ-exponential verteilten Zugfolgezeiten

Während bei der Berechnung der Anlage 15.2 die Bündeldauer T_b mit 60 Minuten konstant gehalten wurde, soll nun T_b in Schritten von $\Delta T_b = 15$ Minuten variiert werden und $\bar{z} = 0$ konstant bleiben. Die Iteration beginnt wieder mit Schritten $\Delta \alpha = 0,001$ endet bei $k = 20$ mit Schritten von $\Delta \alpha = 0,05$. Die geringfügige Änderung des Programmablaufes ist hier nicht dargestellt. Das Ergebnis der Iteration ist als Anlage 15.3 ausgedruckt.

Wenn der mittlere Ereignisabstand bei Poisson-verteilten Ereignissen \bar{r} beträgt, die Ereignisse selbst aber eine konstante Dauer von $z = 0$ besitzen, dann wird es innerhalb von 24 Stunden wahrscheinlich im Durchschnitt einmal vorkommen, dass zwischen einem Bündel von N_b Ereignissen eine Summe von Zeitabständen auftritt, die gleich oder kleiner als die Bündeldauer T_b ist. Aus der Anlage 15.3 kann abgelesen werden, wie viele N_b Ereignisse im Durchschnitt einmal täglich bei negativ-exponential verteilten Ereignisabständen innerhalb von 120 Minuten auftreten, wenn der mittlere Ereignisabstand $\bar{r} = 20$ Minuten beträgt. Für den abzulesenden Wert $k = 9$ ist $N_b = 11$.

Das Verhältnis $\frac{T_b}{\bar{r}} = \alpha$. In dem gewählten Beispiel ist

$$\alpha = \frac{120}{20} = 6$$

für $k = 9$. Die Bündeldauer von $T_b = 120$ Minuten stellt einen Anteil von $a_b = 120/1440$ an der Dauer des Tages dar. Für $a_b = w_{bk} = 0,083333$ ist der in den Hochsteiner'schen Tafeln [12] der Poisson-Funktion angegebene Wert von $1 - w_{bk} = S$ bei $k = 9$ und $m = \alpha = 6$ tatsächlich $S = 0,916077$. Daraus ergibt sich für $w_{bk} = 0,083923$, was dem Auftreten einer Bündeldauer von $T_b = 0,083923 \cdot 1440 = 120,849120$ Minuten entspricht. Die geringe Abweichung ist eine Folge der Iterationsschritte.

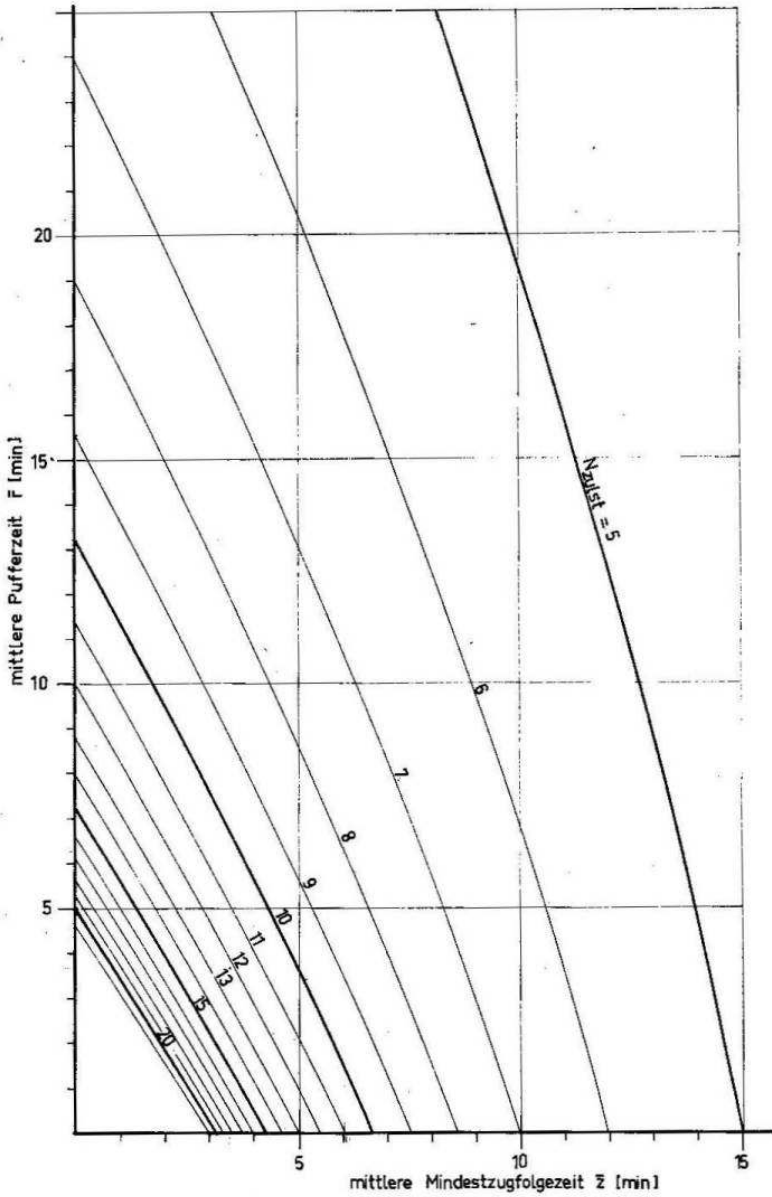


Bild 15.2

Während also, wie es Gleichung (15.42) erwarten lässt, für gleiche k die Werte der Tafeln der Poisson-Funktion mit Tafel 15.2 übereinstimmen, besteht in der Deutung ein Unterschied.

Bei der Summe der Poisson-Funktion bedeutet S , dass mit einer Wahrscheinlichkeit $w_{bk} = 1 - S$ innerhalb eines Zeitraumes, der dem m -fachen mittleren Ereignisabstand entspricht, k oder mehr Ereignisse eintreten werden. Hier bedeutet w_{bk} , dass mit dieser Wahrscheinlichkeit die Summe von $k+1$ Zeitabständen kleiner oder gleich dem α -fachen des Durchschnitts der negativ-exponential verteilten Zeitabstände ist. Im Effekt ergibt sich die gleiche Aussage, da für $k = 1$ zwischen zwei Ereignisse ein drittes tritt und dadurch zwei Zeitabstände - also $k+1$ Zeitabstände - und $k+2=3$ Ereignisse N_b in den Zeitraum $\alpha \cdot \bar{r}$ fallen.

16. Einfluss der Bedürfnisse der baulichen Unterhaltung auf die Leistungsfähigkeit von Strecken

Der Anstieg der Betriebsdichte auf den Strecken führt nicht nur zu kleineren mittleren Pufferzeiten und zu größeren Folgeverspätungen, sondern auch zu verstärkter Abnutzung des Oberbaus. Solange die Oberbauunterhaltung und -erneuerung im Wesentlichen aus Handarbeit bestand, konnten die Zugspausen, also die Pufferzeiten, für diese Arbeiten benutzt werden. Größere Erneuerungsarbeiten konnten auch noch in die Nachtstunden verlegt werden. Der Arbeitskräftemangel und die Mechanisierung erfordern heute lange zusammenhängende Sperrpausen und erschweren Bauarbeiten an Feiertagen und in den Nächten.

Um solche lange zusammenhängende Sperrpausen zu schaffen, muss auf eingleisigen Strecken der in die Sperrpausen fallende Teil der Züge ausgelegt oder umgeleitet werden. Auf zweigleisigen Strecken besteht außerdem noch die Möglichkeit der Einrichtung von zeitweiligem Zweirichtungsbetrieb auf dem nicht gesperrten Streckengleis. Die Betriebsweise des Zweirichtungsbetriebs ist für die folgenden Überlegungen ohne Bedeutung. In jedem Fall lässt sich eine mittlere Mindestzugfolgezeit für die Dauer dieser Betriebsweise definieren.

Als Bedienungsstelle sind die Betriebsstellen zu betrachten, die den gesperrten Abschnitt begrenzen. Es wird vorausgesetzt, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen eines Zuges an dieser Bedienungsstelle über die 24 Stunden des Tages gleich groß bleibt. Diese der Poisson-Verteilung zugrunde liegende Voraussetzung wird von Potthoff für das Eintreffen von Zügen an anderen Bedienungsstellen wie Fahrstraßenknoten, Einfahrgruppen von Rangierbahnhöfen und bei der Bemessung von Personenbahnhöfen allgemein verwendet und kann als Arbeitshypothese als bewiesen gelten. Die folgenden Überlegungen beziehen sich nur auf diesen Fall.

Es wird vorausgesetzt, dass es gelingt, die Sperrpausen und zeitweisen Zweirichtungsbetriebe in Zeiten mit geringerer Betriebsdichte zu legen, die einer Häufung großer Zugfolgezeiten entsprechen.

16.1. Die Häufung großer Zeitabstände

Wenn nach (15.33) w_{bk} die Wahrscheinlichkeit für Bündel kurzer Zeitabstände angibt, so muss dessen Differenz zu 1 die Wahrscheinlichkeit w_{bl} für Bündel langer Zeitabstände ergeben. Damit gilt für

$$(16.1) \quad w_{bl} = 1 - w_{bk}$$

und durch Einsetzen von (15.33) in (16.1) für

$$(16.2) \quad w_{bl} = e^{-\alpha} \sum_{i=0}^k \frac{\alpha^i}{i!}$$

Der Anteil a_b , den das Bündel von $k+1$ Pufferzeiten mit einer Gesamtdauer $R = \alpha \cdot \bar{r}$ an der Summe aller Pufferzeiten des Tages hat, entspricht wieder der linken Seite der Gleichung (15.45):

$$(16.3) \quad a_b = \frac{T_b - (k+1) \cdot \bar{z} + \alpha \cdot \bar{r}}{T}$$

Wählt man α so groß, dass $w_{bl} = a_b$ wird, so erhält man eine Gleichung, die angibt, wie viele Züge ein lockerstes Bündel enthält, das im Durchschnitt täglich einmal auftritt, und dessen Dauer vom Eintreffen des ersten Zuges bis zum Eintreffen des letzten Zuges T_b beträgt.

Eine Sperrpause oder Nachruhe ist jedoch um eine Mindestzugfolgezeit \bar{z} kürzer als T_b , weil sie erst beginnen kann, wenn der letzte Zug vor Beginn der Pause (welcher der erste des Bündels ist) die Strecke geräumt hat. Die Dauer dieser Pause beträgt also

$$(16.4) \quad T_c = T_b - \bar{z} \quad \text{oder} \quad T_b = T_c + \bar{z}$$

Durch Einsetzen von (16.4) in (16.3) und Gleichsetzen von (16.2) und (16.3) erhält man als Bestimmungsgleichung

$$(16.5) \quad \frac{T_c - k \cdot \bar{z} + \alpha \cdot \bar{r}}{T} = e^{-\alpha} \cdot \sum_{i=0}^k \frac{\alpha^i}{i!}.$$

Durch eine geringfügige Änderung des Programms, nach dem Anlage 15.2 berechnet wurde, könnten nach (16.5) Tabellen für den Zusammenhang

$$k = f(T_c, \bar{z}, \bar{r})$$

berechnet werden, wobei T_c jeweils konstant zu halten wäre und dadurch für jede Dauer einer Sperrpause T_c (ähnlich wie für $T_b = 60$ Minuten) eine gesonderte Tabelle $k = f(\bar{z}, \bar{r})$ aufgestellt werden müsste. Um dies zu vermeiden wird ein teilweise graphischer und iterativer Lösungsweg gewählt.

Ersetzt man in (15.36) T_b durch $T_c + \bar{z}$, so muss für $a_b = w_{bl}$

$$(16.6) \quad w_{bl} = \frac{T_c - k \cdot \bar{z}}{T - N \cdot \bar{z}} = (T_c - k \cdot \bar{z}) \frac{\bar{r} + \bar{z}}{T \cdot \bar{r}} = (T_c - k \cdot \bar{z}) \frac{1}{N \cdot \bar{r}}$$

gelten. Durch Einsetzen von (16.4) in (15.3) ist auch

$$(16.7) \quad \alpha \cdot \bar{r} = T_c - k \cdot \bar{z}.$$

Löst man beide Gleichungen nach T_c auf, so stehen für die beiden Unbekannten k und α zwei Gleichungen zur Verfügung

$$(16.8) \quad T_c = w_{bl} \cdot N \cdot \bar{r} + k \cdot \bar{z}$$

und

$$(16.9) \quad T_c = \alpha \cdot \bar{r} + k \cdot \bar{z}.$$

Durch Gleichsetzen dieser beiden Gleichungen erhält man

$$(16.10) \quad w_{bl} \cdot N = \alpha$$

und

$$(16.11) \quad w_{bl} = \frac{\alpha}{N}$$

oder

$$(16.12) \quad N = \frac{\alpha}{w_{bl}}$$

Setzt man hier für w_{bl} (16.2) ein, so erhält man

$$(16.13) \quad N = \frac{\alpha}{\left[e^{-\alpha} \sum_{i=0}^k \frac{\alpha^i}{i!} \right]}$$

Daraus lässt sich $\alpha = f(k, N)$ als Kurvenschar darstellen (Bild 16.1).

16.1.1. Ermittlung der möglichen Dauer einer Sperrpause

Wenn eine Sperrpause (Nachruhe) eingerichtet werden soll, dann müssen die in jene Zeit fallenden Züge umgeleitet, zurückgestaut oder durch Straßenbus ersetzt werden. Die Arbeitsweise zur Ermittlung der möglichen Dauer einer solchen Sperrpause sei an folgendem Beispiel erläutert.

Auf einer eingleisigen Strecke, die täglich mit 80 Zügen belegt ist, soll in die Zeit der großen Pufferzeiten ein umleitbarer Schnellzug und zwei durch Straßenbus ersetzbare Triebwagen fallen. Alle übrigen Züge in dem fraglichen Zeitraum sind Güterzüge. Die Bahnhöfe auf beiden Seiten des zu sperrenden Abschnittes können insgesamt 8 Güterzüge zurückstauen. Die mittlere Mindestzugfolgezeit beträgt $\bar{z} = 7,6$ [min]. Wie lange kann die Sperrpause dauern, wenn die Pufferzeiten negativ-exponential verteilt sind?

Ergebnis: Die Sperrpause kann ein Bündel von 11 Zügen umfassen. Aus Bild 16.1 kann für $N = 80$ und $k = 11$ für $\alpha = 15,0$ entnommen werden. Nach (10.30) ergibt sich eine mittlere Pufferzeit von

$$\bar{r} = T/N - \bar{z} = 1440 / 80 - 7,6 = 10,4 \text{ [min]}.$$

Man erhält die einmal täglich mögliche Dauer einer Sperrpause durch Einsetzen der Werte für \bar{r} , \bar{z} , k und α in (16.9)

$$T_c = \alpha \cdot \bar{r} + k \cdot \bar{z}$$

$$T_c = 15,0 \cdot 10,4 + 11 \cdot 7,6$$

$$T_c = 239,6 \text{ [min]}$$

Unter den gegebenen Bedingungen kann täglich eine Sperrpause von rund 4 Stunden eingelegt werden.

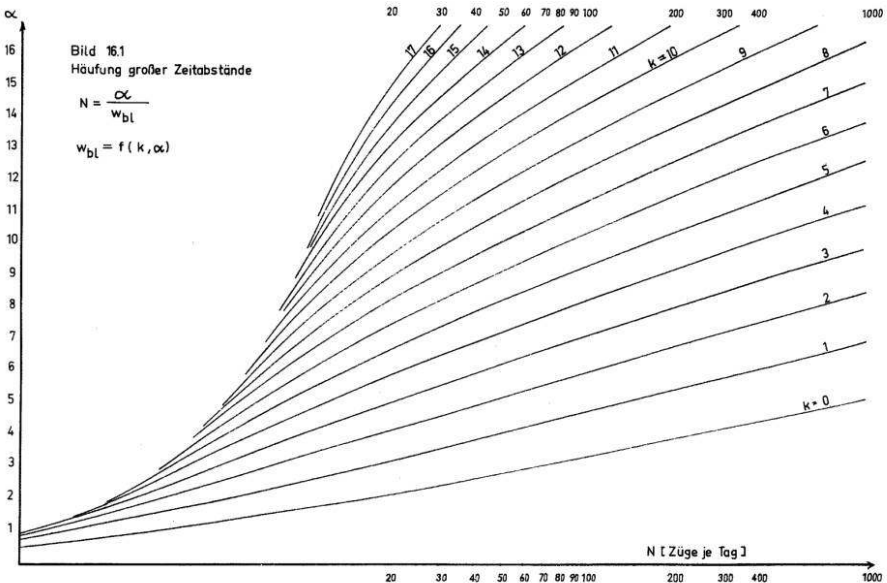


Bild 16.1

16.1.2. Iterative Ermittlung der in eine Sperrpause fallenden Züge

Im allgemeinen wird nicht nach der möglichen Dauer einer Sperrpause gefragt werden, sondern danach, wie viele Züge in eine Sperrpause oder Nachruhe von gegebener Dauer fallen würden.

Zur Lösung dieser Aufgabe wird wieder von (16.7) ausgegangen. Löst man diese Gleichung nach α auf, so erhält man

$$(16.14) \quad \alpha = \frac{T_c}{\bar{r}} - k \frac{\bar{z}}{\bar{r}}.$$

Die beiden Brüche T_c / \bar{r} und \bar{z} / \bar{r} können aus den gegebenen Parametern festgelegt werden. Nun ist k so zu wählen, dass die Gleichung (16.14) für das gegebene N erfüllt ist. Dabei kann k nur ganze Zahlen bedeuten. Die Anzahl k der in den Zeitraum T_c fallenden Züge kann nur iterativ bestimmt werden. Dazu wird (16.14) umgeformt zu

$$(16.15) \quad \frac{T_c}{\bar{r}} = \alpha + k \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{r}}$$

Man kann die Iteration mit $k=0$ beginnen und k solange erhöhen, bis (16.15) erfüllt ist. Die Iteration führt jedoch rascher zum Ziel, wenn man von jener Anzahl k_c von Zügen ausgeht, die in eine Sperrpause gleicher Dauer, aber unter der Voraussetzung konstanter Pufferzeiten r_c fallen würden. Eine solche Sperrpause oder Nachruhe von der Dauer T_c setzt sich aus k_c Mindestzugfolgen \bar{z} und k_c+1 Pufferzeiten r_c zusammen. Aus Gleichung (10.30) folgt, dass $r_c = \bar{r}$ sein muss. Damit lässt sich k_c aus

$$(16.16) \quad k_c = \frac{T_c - \bar{r}}{\bar{z} + \bar{r}}$$

bestimmen. Nun kann man aus Bild 16.1 jenen Wert von α entnehmen, der $k=k_c$ und der gegebenen Anzahl N [Züge/Tag] entspricht.

Diese α und k sind dann in (16.15) einzusetzen. Solange als

$$(16.17) \quad \frac{T_c}{\bar{r}} < \alpha + k \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{r}}$$

ist, wird aus Bild 16.1 für die gleiche Anzahl N jener Wert von α entnommen, der dem nächstkleineren k entspricht. Mit diesen Werten von α und k wird die Bedingung (16.17) von neuem geprüft. Die Iteration ist abgeschlossen, wenn

$$(16.18) \quad \frac{T_c}{\bar{r}} > \alpha + k \cdot \frac{\bar{z}}{\bar{r}}$$

erreicht ist. Der mit diesem Schritt erreichte Wert von k stellt die Anzahl der Züge dar, die bei lockerster Häufung im Durchschnitt wahrscheinlich einmal täglich in eine Sperrpause oder Nachruhe von der Dauer T_c fallen würden. Da k nur ganze Zahlen bedeuten kann, fallen zwar k Züge voll in die Zeitspanne T_c . Für die restliche Zeit des Tages $T - T_c$ verbleiben $N - k$ Züge, von denen einer jedoch nicht voll in diese restliche Zeit fällt. Deshalb ist die Leistungsfähigkeit N_{zul_e} bei eingeschränkter Betriebszeit um $k+1$ kleiner als die Leistungsfähigkeit N_{zul} bei voller Betriebszeit T , wenn nicht als Grenzfall der Ungleichungen (16.17) und (16.18) die Gleichung (16.15) zufällig erfüllt ist. Für die eingeschränkte Leistungsfähigkeit N_{zul_eN} wegen Nachruhe gilt damit

$$(16.19) \quad N_{zul_eN} = N_{zul} - k - 1$$

Beispiel:

Eine eingleisige Strecke weist eine mittlere Mindestzugfolgezeit von $\bar{z} = 8,0$ [min] auf. Die erforderliche mittlere Pufferzeit beträgt $\bar{r}_{erf} = 12,0$ [min].

Die Leistungsfähigkeit dieser Strecke wird dadurch auf $N_{zul} = 72$ [Züge/Tag] festgelegt. Es ist beabsichtigt, täglich eine Nachruhe von 0 bis 4 Uhr einzuführen. Wie groß ist die verbleibende eingeschränkte Leistungsfähigkeit N_{zul_eN} wegen Nachruhe ?

Nach (16.16) ist

$$k_c = \frac{240 - 12,0}{8,0 + 12,0} = 11,4$$

Da die Werte von k nur ganzzahlig sein können, ist $k_c = 11$. Die Iteration ist beendet, wenn die rechte Seite der Gleichung (16.15) kleiner als T_c/\bar{r} wird. Der Bruch T_c/\bar{r} hat den Wert $240/12,0 = 20,00$. Die Iteration ist auf Tafel 16.1 ausgeführt.

Tafel 16.1

k	$k \cdot \bar{z} / \bar{r}$	α	$\alpha + k \cdot \bar{z} / \bar{r}$
11	7,33	14,70	22,03
10	6,67	13,80	20,47
9	6,00	12,80	18,80*

In der mit einem Stern bezeichneten Zeile ist die Bedingung (16.18) erfüllt. Daher ist $k = 9$. Die eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen Nachtruhe beträgt nach (16.19) $N_{zul_{eN}} = 72 - 9 - 1 = 62$ Züge je Tag.

16.2. Einschränkungen der Leistungsfähigkeit in Abhängigkeit von der Dauer eines zeitweisen Zweirichtungsbetriebes

Wenn auf zweigleisigen Strecken mit hoher Leistungsfähigkeit ein Gleis täglich während mehrerer zusammenhängender Stunden gesperrt werden soll, dann können nicht alle Züge, die in diese Sperrpausen fallen, ausgelegt oder umgeleitet werden. Ein Teil der Züge muss das Gleis der Gegenrichtung befahren, das während dieser Zeit, abweichend vom normalen Einrichtungsbetrieb, im Zweirichtungsbetrieb benutzt werden muss. Auch hier wird man solche Sperrpausen nicht in die Stunden der dichtesten Zugbündel legen. Es wird deshalb vorausgesetzt, dass es gelingt, die Stunden der lockersten Zugbündel für die Sperrpause zu nutzen.

Durch den Zweirichtungsbetrieb wird auf dem verbleibenden Gleis die Zugfolge verdichtet. Sie wird mit der Zugfolge im Zweirichtungsbetrieb während der Spitzenstunden verglichen. Trotz des dabei gewonnenen Unterschiedes zwischen lockerster und dichtester Häufung lässt sich nur in günstigen Fällen die normale Betriebsflüssigkeit erhalten. Im allgemeinen muss jedoch während der Dauer des Zweirichtungsbetriebes eine schlechtere Betriebsflüssigkeit zugestanden werden.

Daraus ergibt sich das Verfahren zur Ermittlung der Anzahl von Zügen, die trotz des Zweirichtungsbetriebes noch ausgelegt oder umgeleitet werden müssen. Zuerst ist der Anteil a_{II} der Sperrpause mit Zweirichtungsbetrieb

T_c auf dem Gleis der Gegenrichtung an der Gesamtdauer T des Tages zu berechnen. Er beträgt

$$(16.30) \quad a_{II} = \frac{T_c}{T}$$

Dann ist zu ermitteln, wie viele Züge wahrscheinlich während der Zeit T_c am Beginn des eingleisigen Abschnitts ankommen werden. Der Beginn des eingleisigen Abschnitts ist durch die beiden an seinen Enden liegenden Betriebsstellen definiert. Es ist für die Bedienungsstelle ohne Bedeutung, von welcher Seite die Züge an ihr eintreffen..

Dabei ist davon auszugehen, dass zu jedem Zeitpunkt die gleiche Wahrscheinlichkeit dafür besteht, dass von der einen oder der anderen Seite ein Zug an der Bedienungsstelle eintrifft. Durch die Unmöglichkeit, die Fahrpläne beider Richtungen so aufeinander abzustimmen, dass bei der Einfädung in den eingleisigen Abschnitt keine Behinderungen entstehen und durch die Überlagerung der von beiden Seiten einbrechenden Verspätungen wird also hier von einer reinen Poisson-Verteilung ausgegangen, da die beiden Verkehrsströme statistisch voneinander unabhängig sind. Eine Ausnahme bilden naturgemäß die reinen Taktverkehre z.B. auf S-Bahnen oder voll getaktete Hochgeschwindigkeits-Systeme.

Die Wahrscheinlichkeit w_{bl} dafür, dass im α -fachen der mittleren Zugfolgezeit z_m eine Anzahl von k_I oder weniger Zügen an der Bedienungsstelle eintreffen werden, beträgt

$$(16.31) \quad w_{bl} = e^{-\alpha} \cdot \sum_{i=0}^{k_I} \frac{\alpha^i}{i!}$$

Dabei gilt für das α -fache der mittleren Zugfolgezeit z_m nun

$$(16.32) \quad z_m \cdot \alpha = T_c$$

Für die mittlere Zugfolgezeit gilt

$$(16.33) \quad z_m = \frac{T}{N_{1_zul} + N_{2_zul}}$$

Man kann auch die Leistungsfähigkeiten der beiden Gleise der Strecke nach

$$(16.34) \quad N_{1_zul} + N_{2_zul} = N_{I_zul}$$

zur Gesamtleistungsfähigkeit. N_{I_zul} addieren. Hier steht der Index I für die Betriebsweise „Einrichtungsbetrieb“. Der „Zweirichtungsbetrieb“ z.B. auf eingleisigen Strecken erhält dann den Index II . Die mittlere Zugfolgezeit ist dann

$$(16.35) \quad z_m = \frac{T}{N_{I_zul}}$$

Hier wird unterstellt, dass die Strecken mit ihren zulässigen Zugzahlen, also mit den Leistungsfähigkeiten ausgelastet sind. Wenn nur die Ist-Zugzahl betrachtet würde und die Ergebnisse proportional gerechnet werden, geht der Zusammenhang mit der Betriebsqualität verloren.

Damit wird

$$(16.36) \quad \alpha = \frac{T_c \cdot N_{I_zul}}{T}$$

k_I ist nun so zu wählen, dass die Wahrscheinlichkeit w_{bl} so groß wird wie der Anteil a_{II} , damit dieses lockerste Bündel im Durchschnitt genau einmal täglich auftritt. Also gilt als Bedingung für k_I , dass

$$(16.37) \quad \frac{T_c}{T} = e^{-\frac{T_c \cdot N_{I_zul}}{T}} \cdot \sum_{i=0}^{k_I} \frac{\left(\frac{T_c \cdot N_{I_zul}}{T} \right)^i}{i!}$$

sein muss. Die Berechnung der Werte von $k_I = f(T_c, N_{I_zul})$ erfolgt wieder auf maschinellem Weg. Die Ergebnisse sind in Tafel 16.3 so zusammengestellt, dass $N_{I_zul} = f(T_c, k_I)$ ist, um durch die notwendige Stufung von k in ganzen Zahlen und T_c in Schritten von $\Delta T_c = 30$ Minuten nicht an Genauigkeit zu verlieren. Die Rechnung erfolgte nach dem in Anlage 16.1 dargestellten Programmablaufplan.

Aus Tafel 16.3 ist zu entnehmen, welche Anzahl k_I oder weniger Züge innerhalb der Zeit T_c am Beginn des eingleisigen Abschnittes ankommen werden, wenn die Leistungsfähigkeiten beider Richtungen der Strecke gegeben sind.

Beispiel:

Es verkehren $N_{I_zul} = N_{2_zul} = 105$ Züge je Tag und Richtung, also $N_{I_zul} = 210$ Züge je Tag. Es soll täglich während 6 zusammenhängender Stunden zeitweise eingleisiger Betrieb durchgeführt werden. Für $T_c = 360$ und $N_{I_zul} = 210$ ist aus Tafel 16.3 ein $k_I = 47$ bei $N_{I_zul} = 210$ zu entnehmen. In die 6 Stunden fallen also insgesamt 47 Züge.

Nun ist zu fragen, wie viele Züge können im Zweirichtungsbetrieb auf dem verbleibenden Streckengleis durchgeführt werden, und wie viele Züge sind umzuleiten oder auszulegen:

Zur Beantwortung dieser Frage ist die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z}_{II} für den Zweirichtungsbetrieb zu bestimmen. Eine gute Näherung ergibt sich, wenn man aus dem bei der Planung des eingleisigen Betriebes erstellten Betriebsfahrplan die Summe der Belegungszeiten B_{II} [Minute/T] während der Dauer T_c entnimmt und sie durch die Anzahl n_{II} der darin enthaltenen Züge teilt.

$$(16.38) \quad \bar{z}_{II} = \frac{B_{II}}{n_{II}}$$

Der Vorteil einer solchen Ermittlung liegt darin, dass der Betriebsfahrplan im Allgemeinen nur noch die unbedingt durchzuführenden Züge in einer wirklichkeitsnahen Reihung und Richtungsbündelung enthält. Eine genaue Ermittlung von z_{II} sollte nur Stammgüterzüge und nicht umleitbare Personenzüge mit zufälliger Reihung und Bündelung umfassen.

Für die dichteste Bündelung der Züge gilt bei Poisson-verteilten Zugankünften

$$(vgl. 15.33) \quad w_{bk} = 1 - e^{-\alpha_k} \cdot \sum_{i=0}^k \frac{\alpha_k^i}{i!}.$$

Setzt man hier für $w_{bk} = a_{II}$ und (16.36) ein, wobei allerdings anstelle der Gesamtleistungsfähigkeit im Einrichtungsbetrieb N_{I_zul} die Gesamtleistungsfähigkeit N_{II_zul} im Zweirichtungsbetrieb zu setzen ist, so erhält man als Bedingung

$$(16.34) \quad \frac{T_c}{T} = 1 - e^{-\frac{T_c \cdot N_{II_zul}}{T}} \cdot \sum_{i=0}^{k_{II}} \frac{\left(\frac{T_c \cdot N_{II_zul}}{T} \right)^i}{i!}$$

Der Werte von k_{II} wurden nach einem dem in Anl. 16.1 dargestellten Programmablaufplan ähnlichen Programm durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tafel 16.4 zusammengestellt.

Aus Tafel 16.4 ist zu entnehmen, welche Anzahl von k_{II} oder mehr Zügen innerhalb der Zeit T_c am Beginn des eingleisigen Abschnittes ankommen werden, wenn die Leistungsfähigkeit des eingleisigen Abschnitts im Zweirichtungsbetrieb gegeben ist.

Da mit völlig zufälligem Zulauf gerechnet wird, muss bei der Bemessung der für N_{II_zul} erforderlichen Pufferzeit $m = 0$ und $g = 1$ gesetzt werden. Dies gilt natürlich nur für solche Zweirichtungsbetriebe, die nicht im Fahrplan der Strecke bereits voll berücksichtigt sind. Wenn der Fahrplan des Zweirichtungsbetriebs bereits Bestandteil des Jahresfahrplans ist, kann die erforderliche mittlere Pufferzeit unter Ansatz der Mittelwerte aus den Verspätungshäufigkeiten g_1 und g_2 und aus den mittleren Einbruchsverspätungen p_{m1} und p_{m2} bemessen werden.

$k \setminus l$	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600	
0	187	77	45	30	22	17	14	11	9	8	7	6	5	4	4	3	3	3	3	2	2
1	278	120	72	50	37	30	24	20	17	14	13	11	10	9	8	7	6	6	6	5	5
2	360	158	96	67	51	40	33	28	23	21	18	16	14	13	12	11	10	10	8	8	7
3	437	194	120	84	64	51	42	35	30	26	23	21	18	17	15	14	13	12	11	11	10
4	509	228	141	101	77	61	51	43	37	32	28	25	23	21	19	17	16	14	13	12	12
5	576	262	163	116	88	71	59	50	43	38	34	30	27	24	22	20	19	17	16	15	15
6	643	293	184	131	101	81	67	57	50	43	38	34	31	28	26	24	22	20	19	18	18
7	710	324	205	146	112	90	75	64	55	49	44	39	35	32	29	27	25	23	21	20	20
8	773	355	224	161	125	100	84	71	62	54	48	44	39	36	33	30	28	26	24	23	23
9	840	386	245	176	136	110	92	78	68	60	53	48	43	39	36	33	31	29	27	25	25
10	902	418	264	191	148	119	99	85	74	65	58	52	47	43	40	37	34	31	29	27	27
11	965	449	285	205	158	129	108	92	80	71	63	57	51	47	43	40	37	34	32	30	30
12	-	478	304	220	170	138	115	99	86	76	68	61	55	51	46	43	40	37	35	32	32
13	-	506	323	234	181	147	123	106	92	81	72	66	59	54	50	46	43	40	37	35	35
14	-	538	342	248	193	157	131	113	98	86	77	70	64	58	53	49	46	43	40	37	37
15	-	566	362	262	204	166	139	119	104	92	82	74	68	62	57	53	49	45	42	40	40
16	-	595	381	276	215	175	147	126	110	97	87	78	71	65	60	56	52	48	45	42	42
17	-	624	400	290	226	184	154	133	116	102	92	83	75	69	63	59	54	51	47	45	45
18	-	653	418	304	237	193	162	139	122	108	96	87	79	73	67	62	58	54	50	47	47
19	-	682	437	318	248	202	170	146	127	113	101	92	83	76	70	65	60	57	53	50	50
20	-	710	456	331	259	211	178	152	133	118	106	96	87	80	74	68	64	59	55	52	52
21	-	739	475	346	270	220	185	159	139	123	111	100	91	84	77	71	66	62	58	54	54
22	-	768	493	359	280	229	193	166	145	129	115	104	95	87	80	74	69	65	61	57	57
23	-	797	512	373	292	238	200	172	151	134	120	108	99	91	84	78	72	67	63	60	60
24	-	823	530	386	302	247	208	179	157	139	125	113	103	94	87	81	75	70	66	62	62
25	-	852	549	401	313	256	215	185	163	144	130	117	107	98	91	84	78	73	68	64	64
26	-	881	566	414	324	265	223	192	169	149	134	121	111	101	94	87	81	76	71	67	67
27	-	907	586	427	335	274	230	199	174	155	139	126	114	105	97	90	84	78	74	69	69
28	-	936	603	442	346	282	238	205	180	160	144	130	119	109	100	93	87	81	76	72	72
29	-	965	622	455	356	291	245	212	186	165	148	134	123	112	104	96	90	84	79	74	74
30	-	-	640	468	367	300	253	218	191	170	153	138	126	116	107	100	93	87	81	77	77
31	-	-	658	481	377	309	261	225	197	175	158	143	130	120	110	103	96	89	84	79	79
32	-	-	677	496	388	318	268	232	203	180	162	147	134	123	114	106	99	92	86	81	81
33	-	-	694	509	398	326	276	238	209	185	167	151	138	127	117	109	101	95	89	84	84
34	-	-	712	522	410	335	283	244	214	191	171	155	142	130	121	112	104	98	92	86	86
35	-	-	731	535	420	344	291	251	220	196	176	160	146	134	124	115	107	101	94	89	89
36	-	-	749	548	431	353	298	257	226	201	181	164	150	137	127	118	110	103	97	91	91
37	-	-	766	562	442	362	306	264	231	206	185	168	154	141	131	121	113	106	100	94	94
38	-	-	784	576	452	370	313	270	237	211	190	172	157	145	134	125	116	109	102	96	96
39	-	-	803	589	463	379	320	277	243	216	195	176	161	148	137	128	119	111	105	99	99
40	-	-	821	602	473	388	328	283	249	221	199	181	165	152	140	131	122	114	107	101	101
41	-	-	838	616	484	397	335	290	254	227	204	185	169	156	144	134	125	117	110	103	103
42	-	-	856	629	494	406	343	296	260	231	208	189	173	159	147	137	128	119	112	106	106
43	-	-	-	642	505	414	350	302	266	237	213	193	177	163	150	140	130	122	115	108	108
44	-	-	-	655	516	422	357	309	271	242	218	198	181	166	154	143	134	125	117	111	111
45	-	-	-	668	525	431	365	316	277	247	222	202	185	170	157	146	136	128	120	113	113
46	-	-	-	682	536	440	372	322	283	252	227	206	188	173	160	149	139	130	123	116	116
47	-	-	-	695	546	449	380	328	289	257	231	210	192	177	164	152	142	133	125	118	118
48	-	-	-	708	557	458	387	335	294	262	236	214	196	180	167	155	145	136	128	120	120
49	-	-	-	721	567	466	394	341	300	267	240	218	200	184	170	158	148	139	130	123	123
50	-	-	-	734	578	474	402	347	306	272	245	223	204	188	174	161	151	141	133	125	125
51	-	-	-	748	588	483	409	354	311	277	250	227	208	191	177	165	154	144	135	128	128
52	-	-	-	761	599	492	416	360	317	282	254	231	212	195	180	168	157	147	138	130	130
53	-	-	-	774	610	501	424	367	323	288	259	235	215	198	184	171	160	150	141	133	133
54	-	-	-	787	619	510	431	373	328	292	264	240	219	202	187	174	162	152	143	135	135
55	-	-	-	800	630	518	439	379	334	298	268	244	223	205	190	177	165	155	146	138	138
56	-	-	-	812	640	526	446	386	340	302	273	248	227	209	194	180	168	158	148	140	140
57	-	-	-	825	651	535	453	392	345	308	277	252	231	213	197	183	171	161	151	142	142
58	-	-	-	837	661	544	461	398	351	313	282	256	234	216	200	186	174	163	154	145	145
59	-	-	-	849	672	552	468	403	356	318	286	260	239	220	204	189	177	166	156	147	147
60	-	-	-	862	682	561	475	412	362	323	291	264	242	223	207	192	180	169	159	150	150
61	-	-	-	874	692	570	483	418	367	328	295	269	246	227	210	196	183	171	161	152	152
62	-	-	-	886	703	578	494	424	373	333	300	273	250	230	213	199	186	174	164	155	155
63	-	-	-	897	713	586	497	430	379	338	305	277	254	234	217	202	188	177	166	157	157

Tafel 16.3

k	11	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540	570	600
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	11	6	15	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247
2	28	74	10	11	11	10	8	6	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3
3	49	31	20	20	18	15	12	10	8	8	7	7	7	7	6	6	6	6	6	6	6
4	74	45	34	28	24	21	19	17	15	14	13	12	11	10	9	9	9	9	8	8	8
5	101	60	44	36	31	27	24	22	20	19	18	17	17	16	15	15	14	14	13	13	12
6	129	86	65	54	46	40	36	32	29	27	26	25	24	23	22	22	21	21	20	20	19
7	162	120	94	78	66	56	48	41	35	31	29	28	28	26	25	24	23	23	22	21	20
8	192	147	110	91	77	66	57	49	42	38	36	35	34	33	32	31	31	30	29	28	27
9	226	177	127	104	88	76	67	59	52	46	43	42	41	40	39	38	37	37	36	35	34
10	259	194	144	118	100	87	77	69	62	55	52	51	50	49	48	47	46	46	45	44	43
11	293	185	135	104	88	76	68	61	55	48	45	44	43	42	41	40	40	39	38	37	36
12	-	199	144	110	92	79	70	63	57	50	47	46	45	44	43	42	41	41	40	39	38
13	-	218	154	120	100	86	75	68	62	55	52	51	50	49	48	47	46	46	45	44	43
14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	-	235	166	131	108	93	82	73	67	61	57	55	53	52	51	50	49	49	48	47	46
16	-	254	179	140	116	100	88	79	74	68	64	62	60	59	58	57	56	56	55	54	53
17	-	274	206	164	132	114	99	89	81	74	69	66	64	62	61	60	59	59	58	57	56
18	-	294	236	191	152	129	110	100	94	85	78	72	68	65	63	62	61	61	60	59	58
19	-	312	259	219	170	141	121	106	94	85	78	72	68	65	63	62	61	61	60	59	58
20	-	331	282	232	189	149	127	112	100	90	83	76	71	67	65	64	63	63	62	61	60
21	-	350	305	245	194	149	127	112	100	90	83	76	71	67	65	64	63	63	62	61	60
22	-	370	326	253	202	152	129	114	105	95	87	81	75	70	66	64	63	63	62	61	60
23	-	390	354	274	211	162	136	121	110	100	92	86	80	75	71	68	66	65	64	63	62
24	-	410	386	292	222	162	142	127	115	105	96	90	84	79	75	72	70	69	68	67	66
25	-	430	418	312	232	172	152	137	125	115	105	99	93	88	84	81	79	78	77	76	75
26	-	451	451	326	242	182	162	147	135	125	115	109	103	98	94	91	89	88	87	86	85
27	-	470	477	342	252	192	172	157	145	135	125	119	113	108	104	101	99	98	97	96	95
28	-	490	504	354	262	202	182	167	155	145	135	129	123	118	114	111	109	108	107	106	105
29	-	511	524	374	274	212	192	177	165	155	145	139	133	128	124	121	119	118	117	116	115
30	-	530	548	388	284	222	202	187	175	165	155	149	143	138	134	131	129	128	127	126	125
31	-	552	562	395	295	232	212	197	185	175	165	159	153	148	144	141	139	138	137	136	135
32	-	571	581	410	316	252	232	217	205	195	185	179	173	168	164	161	159	158	157	156	155
33	-	593	603	424	326	262	242	227	215	205	195	189	183	178	174	171	169	168	167	166	165
34	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
35	-	-	437	337	276	216	196	181	169	159	149	143	137	132	128	125	123	122	121	120	119
36	-	-	451	348	284	224	204	189	177	167	157	151	145	140	136	133	131	130	129	128	127
37	-	-	466	359	293	233	213	198	186	176	166	160	154	149	145	142	140	139	138	137	136
38	-	-	480	368	301	241	221	206	194	184	174	168	162	157	153	150	148	147	146	145	144
39	-	-	493	368	301	241	221	206	194	184	174	168	162	157	153	150	148	147	146	145	144
40	-	-	507	390	319	270	250	235	223	213	203	197	191	186	182	179	177	176	175	174	173

Tafel 16.4

In allen Fällen wird N_{II_zul} erheblich kleiner als N_{I_zul} sein. Daher wird k_{II} ebenfalls kleiner als k_I . Weil einmal die dichteste und einmal die schwächste Bündelung der Züge zur Berechnung von k dient, wird der Unterschied $k_I - k_{II} = \Delta k$ deutlich verringert. Diese Anzahl Δk Züge kann während der Dauer des Zweirichtungsbetriebes nicht oder nur mit erheblichen Einbußen an Betriebsqualität durchgeführt werden. Während der Zeit, in der solche zeitweilige Zweirichtungsbetriebe laufen, muss die Leistungsfähigkeit in beiden Richtungen um je $\Delta k / 2$ niedriger angesetzt werden. Diese Δk Züge sind auszulegen oder umzuleiten. Umgekehrt können in Zeiten außerhalb der Bautätigkeit Δk Bedarfs- der Sonderzüge verkehren, wenn der Fahrplan auf die durch Bautätigkeit eingeschränkte Leistungsfähigkeit N_{zul_eB} abgestellt ist.

Beispiel:

Wie groß ist nun in dem Beispiel des Streckenabschnittes Offenburg-Lahr die durch Bautätigkeit eingeschränkte Leistungsfähigkeit N_{zul_eB} ?

Dazu ist erst die Leistungsfähigkeit des verbleibenden Gleises N_{II_zul} im Zweirichtungsbetrieb zu ermitteln. Die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z}_{II} im Zweirichtungsbetrieb betrage als Ergebnis einer besonderen Ermittlung $\bar{z}_{II} = 7,5$ [min]. Für die Ankünfte an der Bedienungsstelle "Eingleisiger Abschnitt" wird eine Zufallsverteilung unterstellt. Dann gilt für $g = 1$ und $m = 0$. Der Anteil der gleichrangigen Zugfolgefälle w_g sei gegenüber dem normalen Einrichtungsbetrieb mit $w_g = 0,135$ unverändert.

In der Praxis wird man versuchen, durch Richtungs- und Geschwindigkeitsbündelung in dem der Ermittlung, von \bar{z}_{II} zugrunde liegenden Betriebsfahrplan die mittlere Mindestzugfolgezeit zu minimieren und erhält durch diese willkürliche Bündelung einen größeren Anteil w_g gleichrangiger Zugfolgefälle. Dadurch geht die Bündelung mit zwei Parametern in die Bemessung der Pufferzeit ein.

Zuerst soll versucht werden, die normale Betriebsflüssigkeit mit $P_{F_{zul}} = 200$ [min/Tag] beizubehalten. Aus der in Bild 17.3 dargestellten Kurvenschar kann für $P_F = 200$ und $w_g = 0,14$ (interpoliert) ein erforderlicher Pufferzeitquotient von $q_{erf} = 1,9$ abgelesen werden.

Nach (12.14) ergibt sich damit für die durch Bautätigkeit eingeschränkte Leistungsfähigkeit $N_{zul_{eB}}$ mit den Zahlenwerten des Beispiels

$$N_{II_{zul}} = \frac{T}{\bar{z}(1+q)} = \frac{1440}{7,5 \cdot (1+1,9)} = 66 \text{ [Züge / Tag]}$$

Für die vorgesehene Dauer des Zweirichtungsbetriebes von $T_c = 360$ [min] und $N_{min_{II}} = 64$ kann man $k_{II} = 18$ [Züge] entnehmen. Die durch die Bautätigkeit eingeschränkte Leistungsfähigkeit $N_{zul_{eB}}$ beträgt dann

$$(16.39) \quad N_{zul_{eB}} = N_{zul} - \frac{k_I - k_{II}}{2}$$

und mit den Daten des Beispiels

$$N_{zul_{eB}} = 105 - \frac{47 - 18}{2} = 91 \text{ [Züge / Tag]}$$

Wenn durch den zeitweisen Zweirichtungsbetrieb die Betriebsqualität nicht verschlechtert werden soll, müssen während dessen Dauer insgesamt 14 Züge, oder je Stunde rund zwei Züge ausgelegt oder umgeleitet werden.

Welche Folgen sind nun zu erwarten, wenn stündlich im Durchschnitt nur ein Zug, also insgesamt 6 Züge ausgelegt oder umgeleitet werden können ?

In diesem Fall ist

$$(16.40) \quad k_{II} = k_I - \Delta k$$

und mit den Daten des Beispiels für $\Delta k = 2 \cdot 6 = 12$

$$k_{II} = 47 - 12 = 35 \text{ [Züge]}$$

Nach Tafel 16.3 muss für $k_{II} = 35$ und $T_c = 360$ Minuten die Leistungsfähigkeit $N_{II_{zul}} = 127$ Züge je Tag betragen. Diese Leistungsfähigkeit setzt voraus, dass man eine wesentlich schlechtere Betriebsqualität zulässt. Bei der erforderlichen Leistungsfähigkeit von 127 Zügen ergibt sich bei $w_g = 0,14$ und

$$q = -1 + \frac{T}{N \cdot \bar{z}} = -1 + \frac{1440}{127 \cdot 7,5} = 0,51$$

nach Bild 17.3 eine Summe der Folgeverspätungen von $P_F = 1230$ Minuten je Tag, oder

$$\bar{p}_F = \frac{P_F}{N} = \frac{1230}{127} = 9,7 \text{ [Minuten / verspätetem Zug]}$$

Solche Folgeverspätungen konnten auf dieser Strecke, bei eingeleisigen Betrieben in mehreren Fällen tatsächlich beobachtet werden, da dort wegen des internationalen Fernverkehrs nur in geringem Umfang Züge ausgelegt oder umgeleitet werden können. Die Betriebsflüssigkeit war in diesen Fällen empfindlich gestört.

Wegen der starken Einbuße an Leistungsfähigkeit bei voller Erhaltung der normalen Betriebsqualität wird man bei zeitweisem Zweirichtungsbetrieb wohl eine größere Summe der Folgeverspätungen zulassen müssen. Wie groß diese sein darf, um noch einer marktgerechten Betriebsqualität zu entsprechen, muss die Erfahrung lehren.

Zeitabschnitte mit verdünntem Fahrplan (Fahrplanschneisen) erstrecken sich über Zeiträume T_c von etwa drei Stunden. In dieser Zeit soll es möglich sein, die erforderlichen Unterhaltungsarbeiten durchzuführen. Der Verlust an Leistungsfähigkeit der Strecke hängt im wesentlichen von der Mindestzugfolgezeit im Zweirichtungsbetrieb ab. Die Dichte der Überleitverbindungen und die Betriebsweise des zeitweiligen Zweirichtungsbetriebes bestimmen diese Mindestzugfolgezeiten. Das hier entwickelte Verfahren erlaubt, unabhängig von einem konkreten Fahrplan, die Abschätzung dieser Einflüsse, wenn die Pufferzeiten zufällig, also negativ exponential verteilt sind, oder wenn beim Zusammentreffen von Verkehrsströmen aus mindestens zwei oder mehr Richtungen, die voneinander in der Zugfolge unabhängig sind (zweigleisige Strecken), die Zugfolgezeiten negativ-exponential verteilt sind. Die Voraussetzung der negativen Exponentialverteilung der Pufferzeiten oder der Zugfolgezeiten wird im Zweifelsfall durch einen χ^2 -Test zu überprüfen sein.

Wenn man irrtümlich negativ-exponential verteilte Pufferzeiten unterstellt, erhält man kleinere Leistungsfähigkeiten als bei weniger streuenden oder gar konstanten Pufferzeiten.

17. Bemessung der Pufferzeiten nach anderen Kriterien als der Dämpfung der Verspätungsübertragung

Obwohl die Dämpfung der Verspätungsübertragung die Hauptaufgabe der Pufferzeiten ist, hat die negative Exponentialverteilung der Pufferzeiten noch Auswirkungen auf die Qualität der Fahrpläne selbst. Man kann sich den hypothetischen Fall eines völlig verspätungsfreien Eisenbahnbetriebes vorstellen. In diesem Fall sind zur Dämpfung der Verspätungsübertragung keinerlei Pufferzeiten erforderlich. Der Betrieb würde mit einer lückenlosen Folge von Zügen einwandfrei und ohne jede Stauerscheinung ablaufen.

Infolge der Poisson-verteilten gewünschten Zuglagen ist es jedoch bereits bei der Fahrplankonstruktion völlig unmöglich, Zug an Zug zu reihen, weil die Züge sonst - zumindest theoretisch - unendlich weit aus den verkehrlich gewünschten Lagen verdrängt würden. Ein Berufszug müsste um Mitternacht fahren und der Schlafwagenzug XY führe mittags. Damit gelten auch bei der Fahrplankonstruktion bereits Qualitätsregeln. Eine solche ist auch die Begrenzung der Überholungshäufigkeit der Durchgangsgüterzüge.

17.1. Bemessung der Pufferzeiten nach der Überholungshäufigkeit der Dg

Bei dem bisher üblichen Verfahren zur Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten wurde vorausgesetzt, dass Durchgangsgüterzüge nur in Knotenbahnhöfen überholt werden können. Ein großer Teil der Dg hat dort planmäßige Aufenthalte zum Austausch von Wagengruppen, zum Lok- oder Personalwechsel oder um auf die Einfädelung in den Fahrplan des anschließenden Streckenabschnittes zu warten. Die Spreizung der Zeit-Weg Linien zwischen den Dg und schnelleren Zügen wurde auf die Abstände zwischen den Knotenbahnhöfen bezogen und ging damit als zusätzliches Qualitätsmerkmal in die Mindestzugfolgezeiten ein. Dadurch war jedoch der Einfluss der Abstände der Überholungsbahnhöfe auf die Leistungsfähigkeit der Strecke nicht mehr nachweisbar. Nach der hier verwendeten Definition der Mindestzugfolgezeiten können diese nur die Spreizung der Zeit-Weg-Linien auf den Überholungsabschnitten (Streckenstücke zwi-

schen den Überholungsbahnhöfen) (s. Bild 17.1) enthalten. Größere Spreizungen, die dem Qualitätsbedürfnis nach Beschränkung der Überholungshäufigkeit zur Erzielung einer möglichst hohen Reisegeschwindigkeit Rechnung tragen, müssen dann durch die Pufferzeiten abgedeckt sein.

Auf Strecken mit sehr kleinen mittleren Mindestzugfolgezeiten oder sehr kleinen und seltenen Einbruchsverspätungen werden die nach Gleichung (10.39) bemessenen Pufferzeiten ebenfalls klein. Damit müssen trotz gleichbleibend guter Betriebsflüssigkeit die Dg auf Hochleistungsstrecken umso öfter überholt werden, je kleiner die erforderlichen mittleren Pufferzeiten sind. Im Extremfall kann eine größere Anzahl von Dg mehrmals hintereinander überholt werden. Dieses planmäßige "Springen" der Dg von Überholung zu Überholung verursacht hohe Kosten und beeinträchtigt die Beförderungsqualität.

Aus diesem Qualitätskriterium ergibt sich eine Randbedingung für die Bemessung der Pufferzeiten. Diese fordert eine mittlere Pufferzeit, die mindestens so groß sein muss, dass ihre Verteilungsfunktion ausreichend viele Pufferzeiten erzeugt, die groß genug sind, um diese Spreizungen aufnehmen zu können. Die Häufigkeit dieser großen Pufferzeiten muss jener der Spreizungen, also der Häufigkeit der Zugfolgefälle Durchgangsgüterzugvor-schnellerem-Zug entsprechen.

Man mag nun einwenden, dass die Pufferzeiten zufällig verteilt sind und daher nur selten dort große Pufferzeiten auftreten werden, wo solche Spreizungen aufzunehmen sind. Dem ist entgegenzuhalten, dass die Pufferzeitverteilung Folge der Fahrplangestaltung ist und nicht von vornherein in der Art eines Rasters gegeben ist. Außerdem sind die Fahrpläne der Dg in gewissen Grenzen so weit verschiebbar, dass der Fahrplankonstrukteur geeignete Lücken zwischen schnelleren Zügen nutzen kann.

Da in den Nachtstunden die Belegung der Strecken durch Personenzüge weniger dicht als am Tag ist, wegen des "Nachtsprunges" aber besonders nachts viele Dg mit hohen Reisegeschwindigkeiten verkehren, wird diese Randbedingung meistens erfüllbar sein.

Die überholungsfreie Laufweite der Dg sollte als Qualitätsmaß einheitlich festgelegt werden, da nur so auf allen Strecken eine gleich große mittlere Reisegeschwindigkeit der Dg erreicht werden kann.

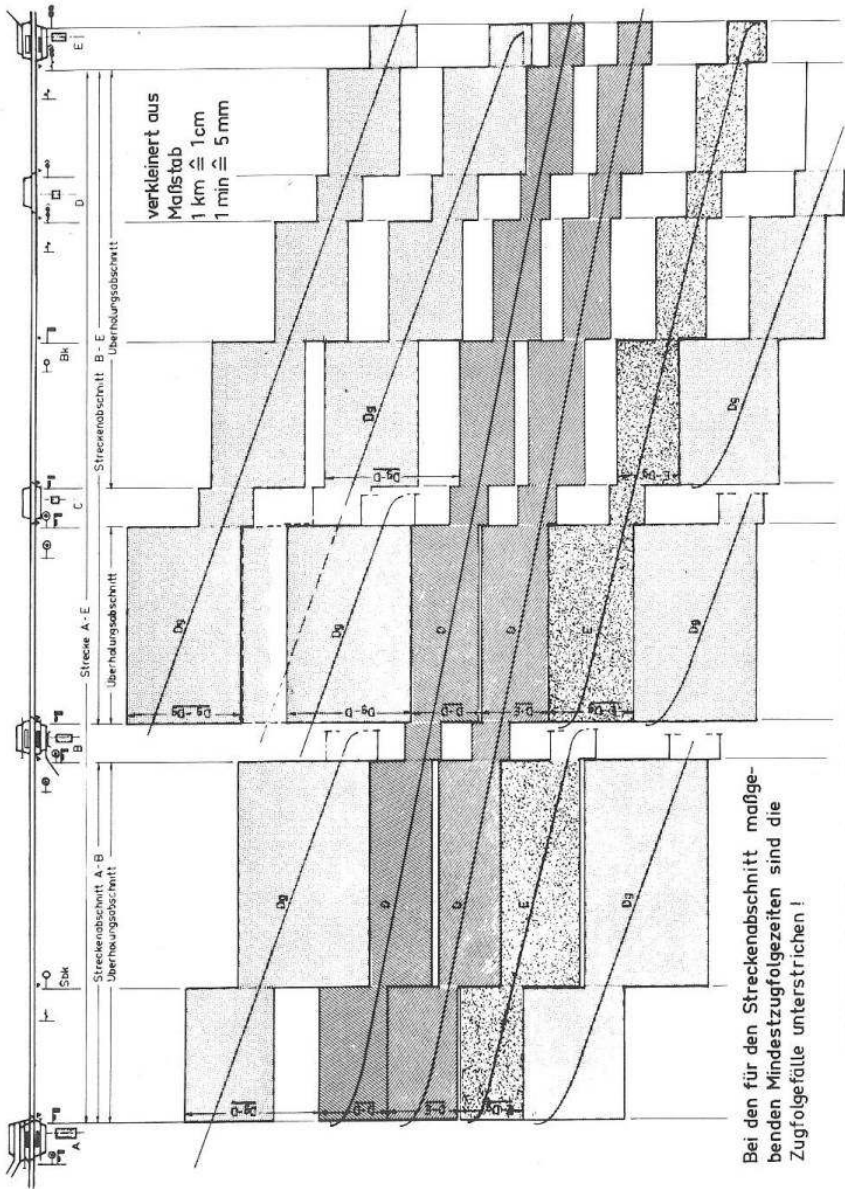


Bild 17.1 Maßgebende Mindestzugfolgezeiten ermitteln

Die Spreizung der Zeit-Weg Linien tritt nur zwischen dem letzten Zug eines Dg-Bündels und einem ihm folgenden schnelleren Zug auf. Der Fahrplankonstrukteur kann dadurch große Lücken mit Dg-Bündeln füllen oder, wenn zu dieser Zeit nur einzelne wenige Dg gefahren werden müssen, welche die Spreizung vergrößern und durch die damit erreichte größere überholungs freie Laufweite die Reisegeschwindigkeit dieser Züge erhöhen.

Der Fahrplanbearbeiter versucht nun, den Dg so in die Lücke zu legen, dass die Pufferzeit zwischen dem vorausfahrenden Zug und dem Dg möglichst klein wird, um die Pufferzeit zwischen dem Dg und dem ihm folgenden schnellen Zug für die Aufnahme der Spreizung möglichst groß zu halten. Das bedeutet, dass nicht nur einzelne Pufferzeiten, sondern auch Zweierbündel von Pufferzeiten der Vermeidung von Dg-Überholungen dienen.

Die Anzahl der Reihenfolgewechsel Dg vor schnellerem Zug sollte nicht aus dem Fahrplan ausgezählt werden, da dort bereits durch mangelnde Leistungsfähigkeit der Strecke erzwungene überzufällige Bündelungen der Züge nach Geschwindigkeitsklassen enthalten sein können.

Die Wahrscheinlichkeit w_s für das Auftreten solcher Fahrzeitunterschiede z_s , die zur Spreizung der Zeit-Weg-Linien führen, kann über den Anteil der Dg und ihnen ähnlicher Züge wie Ganzgüterzüge (Gag) und Dienstzüge geschätzt werden.

Wenn man die Anzahl der Züge, die eine Spreizung z_s verursachen können, mit N_{Dg} bezeichnet, so sind $N - N_{Dg}$ die übrigen Züge. Gegenüber langsameren Zügen kann keine Spreizung auftreten. Ihre Anzahl wird mit N_{Ng} bezeichnet, da sie vorwiegend Nahgüterzüge und Übergabefahrten sein werden. Es gilt für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Dg geschätzt über ihren Anteil

$$(17.1) \quad w_{Dg} = \frac{N_{Dg}}{N}$$

Man kann auch die Wahrscheinlichkeit w_D des Auftretens der schnelleren Züge über deren Anteil an der Anzahl aller Züge schätzen.

$$(17.2) \quad w_D = \frac{N - N_{Dg} - N_{Ng}}{N}$$

Für das Auftreten von Zugfolgefällen D_g vor D besteht die Wahrscheinlichkeit

$$(17.3) \quad w_s = w_{D_g} \cdot w_D$$

Mit dieser Wahrscheinlichkeit w_s muss eine oder ein Bündel von zwei aufeinanderfolgenden Pufferzeiten gleich oder größer als z_s werden.

Diese Spreizung z_s ist die Differenz zwischen der Mindestzugfolgezeit z_{D_g-D} und einer Mindestzugfolgezeit für den gleichen Zugfolgefall aber unter der Voraussetzung, dass keine Überholung innerhalb des als überholungsfrei gewünschten Laufweges möglich sei. Diese Mindestzugfolgezeit sei mit $z^*_{D_g-D}$ bezeichnet. Damit ist

$$(17.4) \quad z_s = z^*_{D_g-D} - z_{D_g-D}$$

Die Spreizung wurde bisher mit guter Näherung als Fahrzeitdifferenz bezeichnet, obwohl sie in Wirklichkeit die Differenz zweier Mindestzugfolgezeiten ist.

Für die Bündelung großer Pufferzeiten gilt (16.5). Setzt man für $w_{bl} = w_s$, für $k = 1$ und für $\alpha = z_s / \bar{r}$ so erhält man

$$(17.5) \quad w_s = e^{-\frac{z_s}{\bar{r}}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{z_s}{\bar{r}}\right)^i}{i!}$$

oder

$$(17.6) \quad w_s = e^{-\frac{z_s}{\bar{r}}} \left(1 + \frac{z_s}{\bar{r}}\right)$$

Wenn man \bar{r} so wählt, dass bei gegebenem w_s und z_s die Gleichung (17.6) erfüllt ist, wird \bar{r} zu $\bar{r}_{\text{erf}(s)}$, der wegen der Spreizung z_s und der Wahrscheinlichkeit w_s ihres Auftretens erforderlichen mittleren Pufferzeit.

Die Bemessungsgleichung für $\bar{r}_{\text{erf}(s)}$ ist nach Einsetzen von (17.1) und (17.2) in (17.3) und (17.3) in (17.6)

$$(17.7) \quad N_{Dg} \left(N - N_{Dg} - N_{Ng} \right) \frac{1}{N^2} = \left(1 + \frac{z_s}{\bar{r}_{erf(s)}} \right) \cdot e^{\frac{z_s}{\bar{r}_{erf(s)}}}$$

Diese Gleichung ist wiederum nicht nach $\bar{r}_{erf(s)}$ auflösbar. Die Werte von $w_s = f(k, \alpha)$ können den Tafeln der Poisson-Funktion [12] entnommen werden. Für $k = 1$ findet man dort die in Tafel 17.1 die auszugsweise

Tafel 17.1

$\alpha_s = z_s / r_{erf(s)}$	w_s
1	0,735759
2	0,406006
3	0,199148
4	0,091579
5	0,040428
6	0,017352
7	0,007295
8	0,003019
9	0,001234
10	0,000499
11	0,000200
12	0,000080
13	0,000032
14	0,000012

wiedergegebenen Werte. Diese sind in Bild 17.2 als Kurve dargestellt. Da für $N_{Ng} = 0$ und $w_{Dg} = w_D = 0,5$ für w_s mit $w_s = 0,25$ ein Maximalwert erreicht ist, wurde die Kurve nur bis zu dieser Grenze dargestellt.

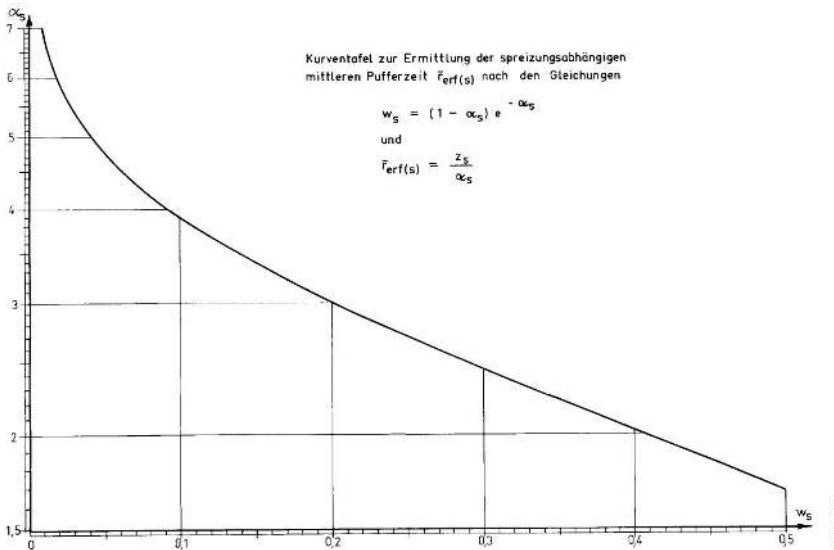


Bild 17.2

An dem Beispiel der Strecke Offenburg-Basel sei das Verfahren zur Bestimmung der mittleren erforderlichen spreizungsabhängigen Pufferzeit $\bar{F}_{\text{eff}}(s)$ gezeigt. Aus Tafel 13.2 ist zu entnehmen, dass $z_{Dg-D} = 7,3$ Minuten beträgt.

Für eine gute Betriebsqualität hinsichtlich der Häufigkeit der Dg-Überholung muss gefordert werden, dass die Dg zwischen Offenburg und Freiburg-Denzlingen nicht überholt werden müssen. Die dieser Forderung entsprechende Mindestzugfolgezeit beträgt $z^*_{Dg-D} = 21,2$ Minuten.

Daraus ergibt sich nach (17.4)

$$z_s = 21,2 - 7,3 = 13,9 \text{ [min]}$$

Aus Tafel 13.1 kann die Anzahl der Züge je Gattung entnommen werden. Der Gruppe der 22 Dg sind die 3 Gag zuzuschlagen. Damit ist $N_{Dg} = 25$. Zur Gruppe der langsamen Züge zählen die Ne, Ng und Üb. Die Summe dieser Züge ist $N_{Ng} = 5$.

Nach Gleichung (17.7) ist

$$(17.8) \quad w_s = \frac{N_{Dg} \cdot (N - N_{Dg} - N_{Ng})}{N^2}$$

Setzt man in (17.8) die Zahlenwerte ein, so erhält man

$$w_s = 25 (104 - 25 - 5) / 104^2 = 0,171043$$

Aus Bild 17.2 ist für $w_s = 0,171$ ein $\alpha = 3,20$ zu entnehmen. Damit ist die erforderliche spreizungsabhängige mittlere Pufferzeit

$$(17.9) \quad \bar{r}_{erf(s)} = \frac{z_s}{\alpha_s}$$
$$\bar{r}_{erf(s)} = \frac{13,9}{3,20} = 4,34 \text{ [Minuten]}$$

Da bei der Bemessung der Pufferzeiten deren größte für die Leistungsfähigkeit N_{zul} maßgebend ist, bleibt \bar{r}_{erf} mit 8,25 [min] maßgebend. Daraus ist zu ersehen, dass dieses Bemessungskriterium nur in Ausnahmefällen maßgebend werden kann.

In dem ausgeführten Beispiel betrug der überholungsfreie Laufweg der Dg rund 55 km. Eine allgemeine Angabe über eine wünschenswerte mittlere überholungsfreie Laufweite der Dg lässt sich nicht schlüssig ableiten. Bei einer am 27.11.1971 im Bereich der Deutschen Bundesbahn durchgeführten Stichprobe betrug die Laufweite der Durchgangsgüterzüge im Durchschnitt 137,9 km. Wenn man zulässt, dass jeder Dg im Durchschnitt auf seinem Laufweg nur einmal überholt wird, so erhält man als überholffreie Laufweite $l_{üf} = 69$ km.

Die Hauptstrecken der Deutschen Bundesbahn lassen sich, allerdings nicht ganz ohne Willkür, in die in Tafel 17.2 dargestellten Abschnitte zwischen Knotenbahnhöfen unterteilen.

Tafel 17 .2

Strecke	Anzahl der Abschnitte	Länge [km]	\bar{l} [km]
Frankfurt-Basel	10	339	34
Hamburg-Hannover-München	20	820	41
Köln-Mannheim- Stg.- München	20	634	32
Hof- München	7	318	45
Hannover-Wuppertal-Köln	12	309	26
Hamburg-Münster-Köln	12	463	39
Frankfurt-Nürnberg	5	238	48
Dortmund-Hagen-Frankfurt	8	271	24
	94	3392	36

Es zeigt sich, dass der durchschnittliche Abstand der Knotenbahnhöfe 36 km beträgt. Das bedeutet, wenn $l_{iif} = 70$ km festgesetzt wird, dass die Dg nur in jeweils jedem zweiten Knotenbahnhof überholt werden. Obwohl eine derartige pauschale Rechnung anfechtbar sein mag, deuten die beiden statistischen Überlegungen darauf hin, vorläufig einheitlich für $l_{iif} = 70$ km anzusetzen. Dieser Wert entspricht nach einer Stichprobe vom 7.6.1972 auch dem durchschnittlichen Abstand der Halte der TEEM von 70,7 km und der Schnellgüterzüge von 70,0 km.

17.2. Pufferzeiten nach der Beförderungsqualität des Fahrplans bemessen

Ähnlich wie in der Statik, wo Bauteile nicht nur nach den zulässigen Zug- oder Druckspannungen bemessen werden, sondern auch die Durchbiegung oder das Beulen, Kriechen und Schwinden als Bemessungskriterien herangezogen werden, müssen auch bei der Bemessung der Pufferzeiten noch Randbedingungen erfüllt sein.

Eine solche Randbedingung ist die "Beförderungsqualität" des Fahrplans. Ein solcher Begriff ist allerdings bisher nicht definiert. Als Beförderungsqualität sei bei der Eisenbahn in erster Linie die rasche Durchführung der Transporte verstanden. Eine gute Beförderungsqualität bedeutet, dass die

Frachten ihr Ziel im Nachtsprung oder bei großen Entfernungen im doppelten Nachtsprung erreichen. Voraussetzung hierfür ist neben der Vermeidung von Verspätungen, dass günstige Wagenübergänge von Zug zu Zug erreicht werden.

Im Personenverkehr ist das Erreichen der Anschlusszüge mit knappen Übergangszeiten Voraussetzung für kurze Reisezeiten.

In dem hypothetischen Fall eines Eisenbahnnetzes ohne Verspätungen und bei Fehlen einer Spreizung z_s , infolge homogener Zuggeschwindigkeiten würden \bar{r}_{erf} und $\bar{r}_{erf(s)}$ zu Null. Durch die erforderliche Berücksichtigung der Beförderungsqualität ist ein Fahrplan mit einer Reihung von Zug an Zug über die 24 Stunden des Tages unmöglich.

Im allgemeinen werden die Fahrpläne der einzelnen Züge „nach vorwärts“ bearbeitet. Das bedeutet, dass die Planung mit der frühest möglichen Abfahrt beginnt und dann versucht wird, den Zug mit einem Minimum an Reisezeit an sein Ziel zu bringen. Treffen in einem Streckenabschnitt zwei Fahrplantrassen so aufeinander, dass eine der beiden verlegt werden muss, dann kann das nur unter Verlängerung der Reisezeit gegenüber der Mindestreisezeit nach „vorwärts“ geschehen. Es treten also auf dem Papier im Fahrplan "Verspätungen" auf, die als Behinderungszeiten zu bezeichnen sind. Auch bei der Berücksichtigung der Rangordnung der Züge entstehen Behinderungszeiten, die den Regeln der Verspätungsübertragung entsprechen. Die Fahrpläne der Züge werden in der Reihenfolge ihrer Rangordnung bearbeitet. Dadurch wird sichergestellt, dass die schnellsten Züge nur Reisezeitverlängerungen aus Konflikten mit gleichrangigen Zügen erleiden. Da die Belegung der Strecken durch schnelle Züge allein gering ist, bleiben deren gegenseitige Behinderungen wegen der weitgehenden Vertaktung und der Gleichrangigkeit selten und im Durchschnitt klein. Je langsamer ein Zug ist, desto später wird sein Fahrplan zwischen die Fahrpläne der schnelleren höherrangigen Züge eingeschoben. Die langsamen Züge werden dann wegen der bereits bestehenden starken Belegung der Strecke durch andere Züge oft und wegen der Ungleichrangigkeit sehr häufig stark behindert. Dieses Bearbeitungsverfahren führt zu Behinderungszeiten ersten Grades, die nach den gleichen Regeln wie Folgeverspätungen ersten Grades entstehen.

Wenn bei der Fahrplanbearbeitung die Fahrwünsche mehrerer ungleichrangiger Züge nahezu gleichzeitig auftreten, so wird durch diese Reihenfolge

der Bearbeitung sichergestellt, dass der schnellste Zug unbehindert geplant werden kann, der zweitschnellste Zug um maximal zwei Mindestzugfolgezeiten (vgl. Bild 5.2) und der drittschnellste höchstens drei Mindestzugfolgezeiten warten muss. Die Warteschlange wird also Zug um Zug abgearbeitet, wobei durch die Berücksichtigung der Rangordnung innerhalb der Warteschlange bei den Behinderungen höheren Grades keine größeren Behinderungszeiten entstehen als bei Gleichrang.

Die Bemessungsgleichung (10.39) kann also unverändert angewendet werden. Bei der Fahrplanbearbeitung gilt allerdings die Voraussetzung, dass alle Züge zu jedem Zeitpunkt an der Bedienungsstelle ankommen können, die Bedienungswünsche also Poisson-verteilt sind. Dieser Verteilung entspricht $p_m = \infty$ und $g = 1$. Für $p_m \rightarrow \infty$ geht $m \rightarrow 0$. Damit wird auch

$$(17.10) \quad m\bar{z} = m\bar{z}_g = m\bar{z}_v = 0$$

Würde man einfach (17.10) in die Bemessungsgleichung (10.39) einsetzen, so erhielte man für $P_F = 0/0$, also einen unbestimmten Wert. Dies wird vermieden, wenn man die e-Funktionen als Reihen entwickelt, und dann $m \rightarrow 0$ gehen lässt. Für diesen Grenzübergang kann

$$(17.11) \quad m\bar{z} = m\bar{z}_g = m\bar{z}_v = \ddot{u}$$

gesetzt werden. Setzt man nun (17.11) und (12.1) in (10.39) ein, so erhält man als "Flüssigkeitsgrad"

$$(17.12) \quad H = \frac{w_g(1 - e^{-\ddot{u}})^2 + (1 - w_g) \cdot \ddot{u} \cdot (1 - e^{-2\ddot{u}}) + \frac{(1 - e^{-\ddot{u}})^2}{q}}{\ddot{u}^2 \cdot (1 + q) \cdot \left(q + \frac{1 - e^{-\ddot{u}}}{\ddot{u}} \right)}$$

und durch Zusammenfassung

$$(17.13) \quad H = \frac{1}{q \cdot (1 + q)} \cdot \frac{(1 + w_g q)(1 - e^{-\ddot{u}})^2 + (1 - w_g) \cdot \ddot{u} \cdot (1 - e^{-2\ddot{u}}) \cdot q}{\ddot{u} \cdot (q \cdot \ddot{u} + 1 - e^{-\ddot{u}})}$$

Wenn man nun die e-Funktionen als Reihen entwickelt, dann erhält man

$$(17.18) \quad H = \frac{1}{q \cdot (1+q) \cdot \ddot{u} \cdot \left(q \cdot \ddot{u} + 1 - 1 + \ddot{u} - \frac{\ddot{u}^2}{2!} + \frac{\ddot{u}^3}{3!} - \frac{\ddot{u}^4}{4!} \dots \right)} \cdot \left[\begin{aligned} & \left((1+w_g q) \cdot \left(1 - 1 + \ddot{u} - \frac{\ddot{u}^2}{2!} + \frac{\ddot{u}^3}{3!} - \frac{\ddot{u}^4}{4!} \dots \right) \right)^2 + \\ & + q \cdot (1-w_g) \cdot \ddot{u} \cdot \left(1 - 1 + 2\ddot{u} - \frac{4\ddot{u}^2}{2!} + \frac{8\ddot{u}^3}{3!} \dots \right) \end{aligned} \right]$$

Anm.: Die Gleichungen (17.14) bis (17.17) sind hier nicht dargestellt.

Nach Kürzen mit \ddot{u}^2 als Grenzwert für den Flüssigkeitsgrad erhält man

$$(17.19) \quad H = \lim_{\ddot{u} \rightarrow 0} \frac{1}{q \cdot (1+q) \cdot \left(q + 1 - \frac{\ddot{u}}{2!} + \frac{\ddot{u}^2}{3!} - \frac{\ddot{u}^3}{4!} \dots \right)} \cdot \left[\begin{aligned} & \left((1+w_g q) \cdot \left(1 - \frac{\ddot{u}}{2!} + \frac{\ddot{u}^2}{3!} - \frac{\ddot{u}^3}{4!} \dots \right) \right)^2 + \\ & + (1-w_g) \cdot \left(2 - \frac{2\ddot{u}}{2!} + \frac{4\ddot{u}^2}{3!} \dots \right) \cdot q \end{aligned} \right]$$

Lässt man nun $\ddot{u} \rightarrow 0$ gehen, so werden alle Glieder, die \ddot{u} enthalten, zu Null. Damit wird nach dem Grenzübergang

$$(17.20) \quad H = \frac{1 + w_g q + 2q - 2w_g q}{q \cdot (1+q)^2}$$

und

$$(17.21) \quad H = \frac{q(2 - w_g) + 1}{q \cdot (1+q)^2}$$

Die Gleichung (17.21) ist auf Bild 17.3 als Kurvenschar dargestellt.

Bild 17.3

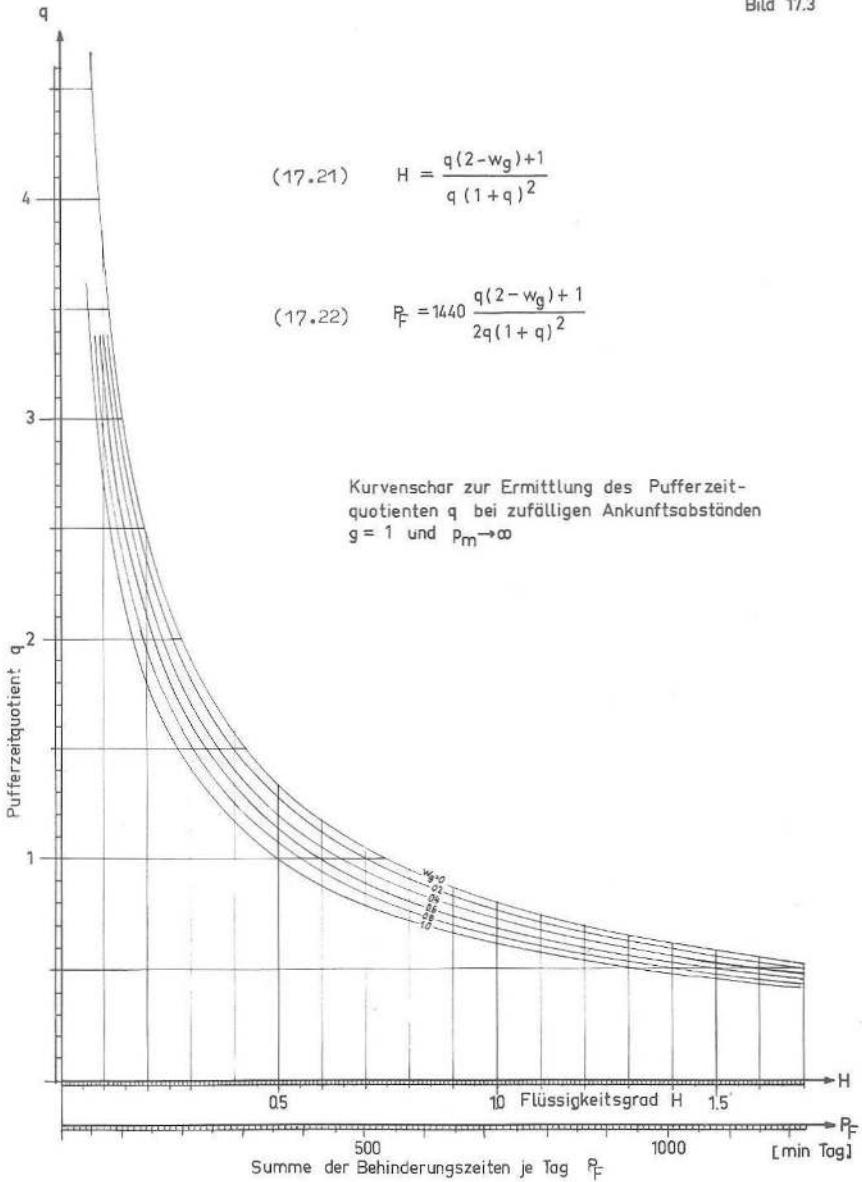


Bild 17.3

Setzt man nun in (17.21) für H wieder (12.1) ein, setzt $g = 1$ und löst nach P_F auf, so erhält man

$$(17.22) \quad P_F = T \frac{q(2 - w_g) + 1}{2q \cdot (1 + q)^2}$$

Diese Gleichung wird für gleiche Rangordnung aller Züge ($w_g = 1$) zur Gleichung für die Summe der Wartezeiten nach der Warteschlangentheorie für konstante Bedienungszeiten: Dadurch wird (17.22) zu

$$(17.23) \quad P_F = T \frac{1}{2q \cdot (1 + q)}$$

Für den Belegungsgrad gilt

$$(17.24) \quad \rho = \frac{1}{1 + q}$$

oder, aufgelöst nach q ,

$$(17.25) \quad q = \frac{1 - \rho}{\rho}$$

Setzt man nun (17.25) in (17.23) ein, so erhält man

$$(17.26) \quad P_F = \frac{T \cdot \rho^2}{2 \cdot (1 - \rho)}$$

Damit ist mit $P_F = T_w$ die Summe der Folgeverspätungen gleich der Summe der Wartezeiten nach der Warteschlangentheorie.

Da sich die nach (17.22) berechneten Behinderungszeiten in Form von verlängerten Reisezeiten äußern, könnte daraus ein Zusammenhang zwischen den Vorhaltungskosten einer Strecke und ihrer Leistungsfähigkeit abgeleitet werden. Durch die verlängerten Reisezeiten werden planmäßig Kosten verursacht, zu denen noch die Kosten der Folgeverspätungen zu addieren wären. Wenn mit dem Bau einer Entlastungsstrecke durch wegfallende Behinderungszeiten (Reisezeiten) und Folgeverspätungen höhere Ersparnisse erzielt werden, als die Vorhaltung der Entlastungsstrecke kos-

tet, ist eine wirtschaftliche Leistungsgrenze der Strecke erreicht. Die entsprechende mittlere Pufferzeit sei mit $\bar{r}_{erf(w)}$ (Pufferzeit aus wirtschaftlichen Gründen) bezeichnet. Die zulässige Behinderungszeitsumme dafür sei $P_{F(w)}$ und der daraus sich ergebende Pufferzeitquotient $q_{erf(w)}$. Dieser ist

$$(17.27) \quad q_{erf(w)} = f(P_{F(w)}, w_g)$$

Daraus ergibt sich für

$$(17.28) \quad \bar{r}_{erf(w)} = \bar{z} \cdot q_{erf(w)}$$

Die Bemessung der Pufferzeiten nach den Vorhaltungskosten der entsprechenden Entlastungsstrecke ist vornherein möglich, wenn am Beginn des Streckenabschnittes auf einen dort gelegenen Knotenbahnhof von mehreren Strecken Züge zulaufen können, also die Voraussetzung der Poisson-Verteilung der Ankunftsabstände bei der Fahrplankonstruktion erfüllt ist und die Vorhaltungskosten der Entlastungsstrecke bekannt sind. Aber auch wenn diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, können Behinderungszeiten berechnet werden.

Auf Strecken mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Züge wird die bei der Planung in einem Abschnitt entstandene negative Exponentialverteilung der Pufferzeiten von Abschnitt zu Abschnitt zunehmend in eine Poisson-Verteilung der Ankunftsabstände umgewandelt. Ein Teil der Züge muss allein wegen der Fahrzeitunterschiede an dem nächsten Streckenabschnitt neu eingefädelt oder verdrängt werden, während ein anderer Teil der Züge mit parallelen Fahrplantrassen keine gegenseitigen Behinderungen verursacht. Dies ist einer der Vorteile von Zugsystemen mit gleich schnellen und gleichrangigen Zügen. Sie verursachen bei gleich hohen Zugzahlen kleinere Wartezeiten im Fahrplan.

Als Modell für die Umwandlung der Ankunftsverteilung kann die Gesetzmäßigkeit der Verspätungsübertragung gelten. Man kann die durchschnittlichen Fahrzeitunterschiede der Züge gegenüber der schnellsten Zuggattungsgruppe mit p_m und den Anteil dieser schnellsten Zuggattungsgruppe (TEE, IC, DC, D und evtl. E) mit $1-g$ bezeichnen. Der Anteil g aller Züge hat diesen gegenüber auf dem Konstruktionsblatt des Fahrplanbearbeiters bei der Ankunft an der nächsten Bedienungsstelle Streckenabschnitt eine mittlere "Einbruchsverspätung" (daher p_m) - hier Zeitverschiebung durch Fahrzeitunterschied - die zu "Folgeverspätungen" führen kann.

Aus dieser Überlegung ist jedoch zu erkennen, dass auf Strecken mit weitgehend homogenem Verkehr und seltenen, kleinen Einbruchsverspätungen sowohl \bar{r}_{erf} als auch die als Randbedingung gültigen $\bar{r}_{erf(s)}$ und $\bar{r}_{erf(w)}$ so klein werden können, dass kein Fahrplan mehr konstruiert werden kann, der den Anforderungen des Verkehrsmarktes gerecht wird.

17.3. Bemessung der Pufferzeiten nach der Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung

Bei der Bemessung der Pufferzeiten nach der Betriebsflüssigkeit wurde die Summe der Folgeverspätungen als Bemessungskriterium verwendet. Dort wurde gezeigt, dass diese Betriebsflüssigkeit einer durchschnittlich gestauten Anzahl von Zügen proportional ist. Diese Überlegung gilt auch hinsichtlich der Bemessung nach der Behinderungszeitsumme in Abschn.17.2, die als Maßstab der Beförderungsqualität wieder der Betriebsflüssigkeit sehr ähnlich ist. In Kap. 10 wurde gezeigt, dass bei Poisson-verteilten Ankunftsabständen zwischen der mittleren Länge der Warteschlange und der Überschreitungswahrscheinlichkeit bestimmter Längen der Warteschlange eine Beziehung besteht. Diese Wahrscheinlichkeit ist auf die Anzahl der Ereignisse, nicht aber auf die Zeit bezogen. Daher treten bei einer Bemessung nach der mittleren Länge der Warteschlange (Betriebsflüssigkeit und Beförderungsqualität) auf Strecken mit sehr kleinen mittleren Mindestzugfolgezeiten auf die Zeit bezogen häufiger Warteschlangen einer bestimmten Länge auf, als auf Strecken mit großen mittleren Mindestzugfolgezeiten.

Für die Fahrplanbearbeitung bedeutet es jedoch einen großen Unterschied, wie viele Bündel von Fahrwünschen auf dem Konstruktionsblatt, also je Tag entflochten werden müssen. Dagegen ist es für die Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung unerheblich, wie lange jeder Zug dabei infolge der Mindestzugfolgezeiten behindert wird. Die Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung wird also am besten durch die zeitbezogene Häufung der Fahrwünsche wiedergegeben.

Eine solche zeitbezogene Häufung wurde in Abschn. 15.3 bei der Berechnung der Streckenleistungsfähigkeit in der Spitzenstunde durch eine Häufung kurzer Zugfolgezeiten verwendet. Setzt man $\bar{z} = 0$, so erhält man die Bündelung der Zugfolgezeiten, wobei $\bar{r} = z_m$ wird.

Eine Warteschlange von N_b Zügen oder von $N_w = N_b - 1$ wartenden Zügen kann nur entstehen, wenn die Summe von N_w Zugfolgezeiten kleiner oder gleich dem N_w -fachen der mittleren Mindestzugfolgezeit ist. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn

$$(17.35) \quad T_b = N_w \cdot \bar{z}$$

erreicht. Da $N_b = k + 2$, also $N_w = k + 1$ ist, wird daraus

$$(17.36) \quad T_b = (k + 1) \cdot \bar{z}$$

Durch Einsetzen in (15.42) erhält man

$$(17.37) \quad \frac{(k + 1)\bar{z}}{T} = 1 - e^{-\frac{(k+1)\bar{z}}{z_m}} \sum_{i=0}^k \frac{\left(\frac{(k + 1)\bar{z}}{z_m}\right)^i}{i!}$$

Da der Belegungsgrad ρ durch (17.38) definiert ist, kann mit Hilfe von

$$(17.38) \quad \frac{\bar{z}}{z_m} = \frac{\bar{z}}{\bar{z} + \bar{r}} = \frac{1}{1 + \frac{\bar{r}}{\bar{z}}} = \frac{1}{1 + q} = \frac{N \cdot \bar{z}}{T} = \rho$$

$$(17.39) \quad \bar{z} = \frac{T}{k + 1} \left(1 - e^{-\frac{(k+1)\bar{z}}{1+q}} \sum_{i=0}^k \frac{\left(\frac{(k + 1)\bar{z}}{1 + q}\right)^i}{i!} \right)$$

zu

$$(17.40) \quad \frac{k + 1}{T} \bar{z} = 1 - e^{-\frac{(k+1)\bar{z}}{\bar{z} + \bar{r}}} \sum_{i=0}^k \frac{\left(\frac{(k + 1)\bar{z}}{\bar{z} + \bar{r}}\right)^i}{i!}$$

umgeformt werden oder unmittelbar auf die Leistungsfähigkeit bezogen zu

$$(17.41) \quad \frac{(k+1)\bar{z}}{T} = 1 - e^{-\frac{(k+1)\bar{z} \cdot N_{zul}}{T}} \sum_{i=0}^k \frac{\left(\frac{(k+1)\bar{z} \cdot N_{zul}}{T} \right)^i}{i!}$$

Ersetzt man $k+1$ durch die Anzahl N_w der wartenden Züge, also der Züge, die aus der gewünschten Lage verdrängt werden, so erhält man

$$(17.42) \quad \frac{N_w \cdot \bar{z}}{T} = 1 - e^{-\frac{N_w \cdot \bar{z}}{T} N_{zul}} \cdot \sum_{i=0}^{N_w-1} \frac{\left(\frac{N_w \cdot \bar{z}}{T} N_{zul} \right)^i}{i!}$$

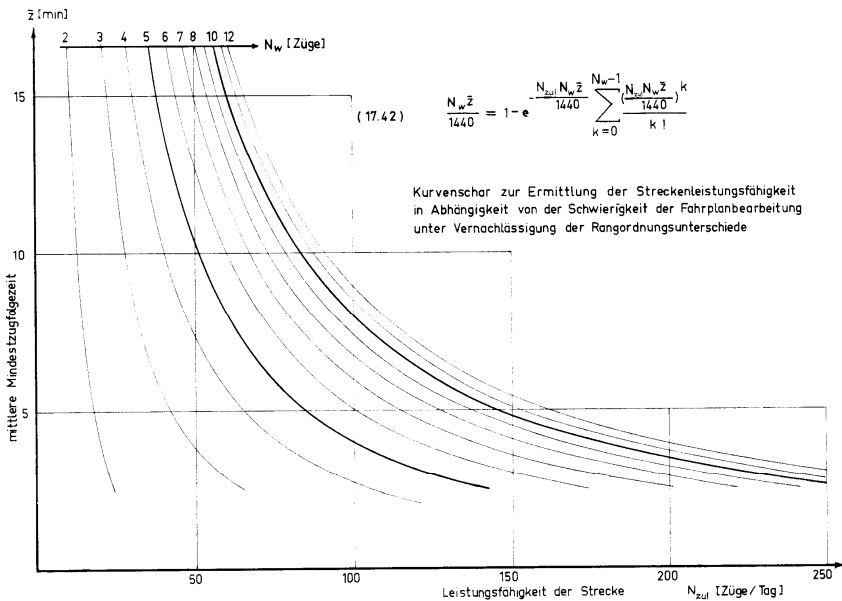


Bild 17.4

Der Zusammenhang zwischen den Größen N_{zul} , N_w und \bar{z} ist auf Bild 17.4 graphisch dargestellt. Wenn als Qualitätsmaß die Stärke des zu entflechtenden Bündels mit N_w in die Warteschlange geratenden Zügen gegeben ist und die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} bekannt ist, kann die Leis-

tungsfähigkeit der Strecke unmittelbar abgelesen werden. Die Kurvenschar auf Bild 17.4 nach (17.42) eignet sich gut für überschlägliche Ermittlungen der Streckenleistungsfähigkeit, berücksichtigt aber den Einfluss der unterschiedlichen Rangordnung der Züge nicht.

Die Berücksichtigung der unterschiedlichen Rangordnung der Züge ist auf dem Umweg über den Belegungsgrad ρ möglich. Unter Verwendung von (17.38) wird (17.37) zu

$$(17.43) \quad \frac{(k+1)\bar{z}}{T} = 1 - e^{-(k+1)\rho} \sum_{i=0}^k \frac{((k+1)\rho)^i}{i!}$$

also zu

$$(17.44) \quad \rho_{zul} = f(\bar{z}, k)$$

Nun ist die mittlere Länge der Warteschlange $l_w = f(\rho)$. Für zufällige Ankunftsabstände gilt $g=1$ und $m=0$. Mit diesen Werten wird nach (12.1) der Flüssigkeitsgrad

$$(17.45) \quad H = \frac{2 \cdot P_F}{T}$$

oder
$$H = 2 \cdot l_w .$$

Wenn also H bekannt ist, dann lässt sich nach (17.21) daraus q ermitteln. Da zwischen H und ρ die Beziehung (nur für $g=1$ und $m=0$)

$$(17.46) \quad H = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

oder nach ρ aufgelöst

$$(17.47) \quad \rho = \frac{1}{2} \left(-H \pm \sqrt{H^2 + 4H} \right)$$

besteht, kann über ρ und H der Pufferzeitquotient gefunden werden.

Zuerst wird nach (17.43) für eine gegebene mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} und eine gewählte maximale Länge der Warteschlange $N_w = k+1$ ein

Belegungsgrad ρ errechnet. Dann wird nach (17.46) der Wert H berechnet und aus ihm nach (17.21) q_{erf} . Da die Gleichung (17.43) nicht nach ρ auflösbar ist, ist zu ihrer Lösung die Erstellung einer Zahlentafel oder einer Kurvenschar zweckmäßig. Dazu ist es dann vorteilhaft, die Umrechnung von ρ in H bereits einzubeziehen, so dass $H = f(k, \bar{z})$ wird.

Durch Einsetzen von (17.47) in (17.43) erhält man

(17.48)

$$\frac{(k+1)\bar{z}}{T} = 1 - e^{-\frac{k+1}{2}(-H + \sqrt{H^2 + 4H})} \sum_{i=0}^k \frac{1}{i!} \left(\frac{k+1}{2} (-H + \sqrt{H^2 + 4H}) \right)^i$$

als Bestimmungsgleichung für H . Der Zusammenhang ist in Anlage 17.1 tabellarisch dargestellt. Dort ist in der Spalte der gewünschten maximalen Bündelstärke $N_W = k+1$ die gegebene Mindestzugfolgezeit \bar{z} aufzusuchen. Am linken Rand der Tafel ist dann in der betreffenden Zeile der Wert H zu entnehmen.

Aus Bild 17.3 kann nun für eine gegebene Wahrscheinlichkeit gleichrangiger Zugfolgefälle w_g der erforderliche Pufferzeitquotient $q_{erf(b)}$ entnommen werden. Damit ist die erforderliche mittlere Pufferzeit zur Berücksichtigung der Bündelung der Züge

$$(17.49) \quad \bar{r}_{erf(b)} = \bar{z} \cdot q_{erf(b)}$$

Das Prinzip dieses Hilfsverfahrens besteht also darin, dass man

1. nach (17.48) unter Berücksichtigung von \bar{z} über H die Behinderungszeitsumme berechnet, die auftritt bei völliger Gleichrangigkeit aller Züge und unter der Qualitätsforderung, dass täglich nur einmal bei zufälliger Verteilung der Fahrwünsche eine Warteschlange von $k+1$ oder mehr Zügen bei der Fahrplankonstruktion aufgelöst werden muss.
2. Da nach (17.22) bekannt ist, wie groß die Behinderungszeitsumme bei Berücksichtigung der unterschiedlichen Rangordnung der Züge wird, kann man durch Gleichsetzen beider Behinderungszeitsummen (oder beider H) aus Bild 17.3, das

die Gleichung (17.21) darstellt, den erforderlichen Pufferzeitquotienten entnehmen.

17.4. Vergleich der verschiedenen Möglichkeiten zur Bemessung der Pufferzeiten

Es ist zu vermuten, dass die verschiedenen Möglichkeiten zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit von Strecken, je nach der Art des Qualitätsmaßstabes und der Parameter zu einem unterschiedlichen Verlauf der Funktion $N_{zul} = f(\bar{z})$ führen wird. Der Verlauf der Funktion ist in Bild 17.5 für die verschiedenen Verfahren dargestellt. Dabei werden die in diesem Kapitel erörterten Randbedingungen wie selbstständige Verfahren zur Bemessung der Pufferzeiten behandelt.

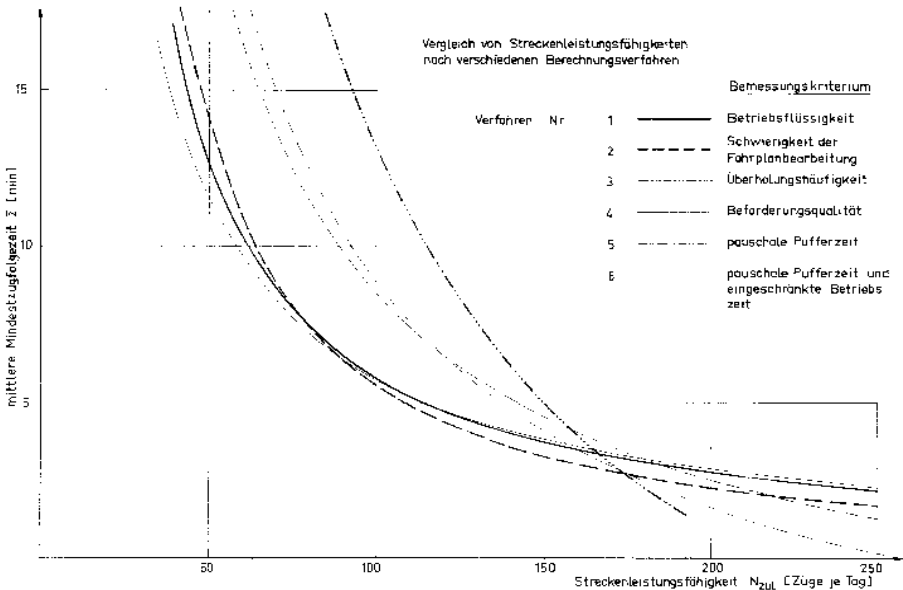


Bild 17.5

Als Verfahren Nr. 1 (dick ausgezogene Kurve) sind jene Leistungsfähigkeiten angegeben, die sich nach dem im Mittelpunkt dieser Arbeit

stehenden Verfahren zur Bemessung der Pufferzeiten nach der Betriebsflüssigkeit ergeben. Dazu wurden die in Kap.14 verwendeten Parameter verwendet. Die Werte der Kurve sind der Tafel 14.5 entnommen.

Als Verfahren Nr 2 (dick gestrichelte Kurve) wurden die Ergebnisse einer Bemessung der Pufferzeiten nach der Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung dargestellt. Dabei wurde für $w_g = 0,134615$ (vgl. Kap. 14) und für $N_w = 8$ (Anlage 17.1) gewählt. Es zeigt sich, dass die Kurve für $k = 7$ in dem Bereich von $5 < \bar{z} < 10$ Minuten, der den größten Teil der praktisch auftretenden mittleren Mindestzugfolgezeiten überdeckt, gegenüber Verfahren Nr. 1, nur Abweichungen unter 5 % aufweist. Wenn keine Beobachtungswerte über Einbruchsverspätungen zur Verfügung stehen und auch aus Vergleichen mit ähnlichen Strecken keine Angaben über Häufigkeit und Größe der Einbruchsverspätungen gewonnen werden können, wird daher empfohlen, die erforderlichen mittleren Pufferzeiten nach Abschnitt 17.3 für $N_w = 8$ zu bemessen.

Die spreizungsabhängige Pufferzeit $\bar{r}_{erf(s)}$ ist dagegen eine Randbedingung, die zwar erfüllt sein muss, aber nicht zur Ermittlung der Streckenleistungsfähigkeit verwendbar ist. Um das zu verdeutlichen, wurde die Mindestzugfolgezeit $z^*_{Dg-D} = 21,2$ min des Beispiels von Abschnitt 17.1. als konstant beibehalten, z_{Dg-D} jedoch über ihr Verhältnis zu \bar{z} variiert. Das Mischungsverhältnis der Züge wurde ebenfalls konstant gehalten, wodurch $\alpha_s = 3,20$ bleibt. Die Spreizung z_s wird unter dieser Voraussetzung mit wachsender Mindestzugfolgezeit z_{Dg-D} so lange kleiner, bis sie für $z^*_{Dg-D} = z_{Dg-D}$ zu $z_s=0$ wird. Dadurch wird umgekehrt mit kleiner werdender Mindestzugfolgezeit z_{Dg-D} , also mit kleiner werdender mittlerer Mindestzugfolgezeit \bar{z} die erforderliche spreizungsabhängige Pufferzeit $\bar{r}_{erf(s)}$ immer größer. Die dadurch gegebene Begrenzung der Streckenleistungsfähigkeiten ist in Bild 17.5 als Verfahren Nr. 3 dargestellt. Bei den gewählten Parametern bedeutet das, dass ab etwa $N_{zul} > 175$ [Züge/Tag] die Streckenleistungsfähigkeiten durch die spreizungsabhängige Pufferzeit begrenzt werden. Aussagen über das Leistungsverhalten von Strecken bietet dieses Verfahren nicht.

Bemisst man die Pufferzeiten so, dass ein bestimmter Belegungsgrad ρ der Strecke erreicht wird, so ist

$$(17.50) \quad \bar{r}_{erf(\rho)} = \frac{\bar{z}}{\rho} - \bar{z}$$

Wählt man für $\rho = 0,4$, was nach Potthoff [1](Kap.31.3) auf eine mäßige Streckenbelastung hinweist, so erhält man Leistungsfähigkeiten, die als Kurve Verfahren Nr.4 (dünn ausgezogene Kurve) dargestellt sind. Die Streckenleistungsfähigkeiten, die man so erhält, widersprechen für große mittlere Mindestzugfolgezeiten den Erfahrungswerten, da für $\bar{z}=15,0$ [min] beispielsweise $N_{zul} = 38$ [Züge je Tag] aus Bild 17.5 abgelesen werden können, wobei $\bar{r}_{erf} = 22,5$ [min] betragen würde!

Die Bemessung der erforderlichen mittleren Pufferzeiten nach der Beförderungsqualität ist wegen des Zusammenhangs aus (17.22) und (17.24) auch eine Bemessung nach konstantem Belegungsgrad. Für $q_{erf(w)} = 1,5$ erhält man $\rho = 0,4$. Wählt man als Gleichrangigkeitsgrad wieder $w_g = 0,134615$, so kann man aus Bild 17.3 eine Behinderungszeitsumme von $P_{F(w)} = 290$ [min/Tag] für diese Parameter entnehmen. Im Gegensatz zu den großen Mindestzugfolgezeiten führen kleine mittlere Mindestzugfolgezeiten bei der Bemessung der erforderlichen mittleren Pufferzeit nach der Beförderungsqualität zu plausiblen Ergebnissen. Sie decken sich nahezu mit jenen nach Verfahren 1 (Betriebsflüssigkeit), da die dort gültige Bemessungsgleichung (10.37) für $m \cdot \bar{z} \rightarrow 0$ in die Gleichung (17.22) übergeht.

Bisher werden die Streckenleistungsfähigkeiten im allgemeinen nach dem von Dilli [8] vorgeschlagenen Verfahren mit pauschalen mittleren Pufferzeiten ermittelt. Die Streckenleistungsfähigkeiten, die sich für $\bar{r} = 5,5$ [min] ergeben, sind als Verfahren Nr.5 in Bild 17.5 eingetragen. Bei diesem Verfahren wird die unterschiedliche Rangordnung der Züge nicht berücksichtigt. Es liefert für sehr kleine mittlere Mindestzugfolgezeiten zu kleine Streckenleistungsfähigkeiten und für sehr große mittlere Mindestzugfolgezeiten viel zu große Streckenleistungsfähigkeiten. So entspricht beispielsweise für $\bar{z}=28$ [min] eine Pufferzeit von $\bar{r} = 5,5$ [min] einem Belegungsgrad von $\rho = 0,84$!

Nebelung [14] vermeidet diesen Fehler, der bei ausschließlicher Anwendung pauschaler Pufferzeiten auftritt. Dort wird zwar auch $\bar{r} = 3,5$ [min] gesetzt. Durch die Einschränkung der Betriebszeit auf 20 Stunden je Tag wird jedoch ein Verlauf der Leistungskurve (Verfahren Nr. 6) erzielt, der

Gesichtspunkten der Beförderungsqualität, Betriebsflüssigkeit und Bündelung in gewissem Maß Rechnung trägt.

Die Frage, wie groß denn nun die pauschale Pufferzeit mindestens sein muss und welche tägliche Betriebszeit oder welcher zusätzliche Belegungsgrad anzusetzen ist, konnte bislang nicht klar beantwortet werden. Die dabei mögliche Willkür konnte dazu führen, dass diese Parameter von Strecke zu Strecke und je nach der gewünschten Leistungsfähigkeit unterschiedlich festgelegt wurden. Aus dieser Frage ergab sich der Anstoß zu dem hier entwickelten Verfahren zur Bemessung der Pufferzeiten.

Dort wo, wie in diesem Kapitel, die Schwierigkeiten bei der Fahrplanbearbeitung als Qualitätskriterium verwendet werden, sind die Mindestzugfolgezeiten gemäß ihrer Definition als Bedienungszeiten anstatt nach den reinen Fahrzeiten der Züge nach den planmäßigen Fahrzeiten der Züge zu berechnen. Um jedoch die Ermittlung von zweierlei Mindestzugfolgezeiten zu vermeiden, wird empfohlen, diese Unterscheidung in der Praxis zu vernachlässigen. Der Fehler aus dieser Näherung dürfte in der Größenordnung der Regelzuschläge, also um 5 % liegen.

18. Konstante Pufferzeiten bemessen

Neben dem allgemeinen Fall eines Fahrplangefüges mit negativ-exponential verteilten Pufferzeiten treten in Sonderfällen, wie auf S-Bahnen mit starrem Taktfahrplan konstante Pufferzeiten auf. Auch bei konstanten Pufferzeiten können Rangordnungsunterschiede auftreten. Bestimmte S-Bahnzüge können zur Gewährleistung von Anschlüssen gegenüber anderen Vorrang erhalten.

Einbruchsverspätungen, die kleiner als die konstanten Pufferzeiten sind, können nicht zu Folgeverspätungen führen, wenn die ursprüngliche Reihenfolge der Züge noch besteht. Infolge ihrer negativ-exponentialen Verteilung sind Einbruchsverspätungen in dieser Größenordnung häufig. Es ist also zu erwarten, dass bei konstanten Pufferzeiten, insbesondere bei noch weitgehend pünktlichem Betrieb, unter sonst gleichen Bedingungen weniger Folgeverspätungen übertragen werden, als bei negativ-exponential verteilten Pufferzeiten. Es ist daher denkbar, dass man - obwohl es dafür noch

kein Beispiel gibt - zur Steigerung der Betriebsflüssigkeit in kurzen Engpassstrecken die Fahrpläne der Züge bei der Planung so gegenseitig verschiebt, dass konstante oder nahezu konstante Pufferzeiten für diesen Streckenabschnitt erreicht werden. In diesem Fall treten dann rangunterschiedliche Zugfolgefälle und unterschiedliche Mindestzugfolgezeiten für gleichrangige und ungleichrangige Zugfolgefälle auf.

Die Pünktlichkeit hat als Maßstab zur Beurteilung der Betriebsqualität bei S-Bahnen noch mehr Gewicht als bei Fernbahnen. Daher ist auch hier die Summe der Folgeverspätungen als Bemessungskriterium verwendbar. Wegen des Wegfalls der Verteilungsfunktion der Pufferzeiten ist jedoch die Bemessungsgleichung neu abzuleiten.

18.1. Folgeverspätungen ersten Grades bei konstanten Pufferzeiten

Es wird wieder davon ausgegangen, dass die Verspätungen zufällig auftreten und dass die Verspätungsgrößen negativ exponential verteilt sind. Die Grundgleichungen der Verspätungsübertragung (5.1) bis (5.4) behalten ihre Gültigkeit. Auch die Gleichungen für $p_f = f(u)$ bleiben unverändert. Da r_c konstant ist, entfällt die in (6.16) durchgeführte Multiplikation (Wichtung) mit der Wahrscheinlichkeit der Pufferzeiten und damit auch die Integration über die Pufferzeit. Die infolge der Einbruchverspätungen unregelmäßigen Zugfolgezeiten sind im Faktor K berücksichtigt. Während jedoch in (7.7)

$$p_{f1} = \frac{K}{m\bar{r} + 1}$$

ist, muss bei konstanten Pufferzeiten

$$(18.1) \quad p_{f1c} = K \cdot e^{-mr_c}$$

werden. Hier ist p_{f1c} der Erwartungswert der Folgeverspätung ersten Grades, die zwischen zwei einander im Fahrplan unmittelbar, aber im Abstand der Pufferzeit folgenden Zügen übertragen wird.

Auch bei konstanten Pufferzeiten können große Einbruchverspätungen zu Folgeverspätungen führen. Die Gesetzmäßigkeiten dieser Verspätungsüber-

tragung, wie sie in (8.21) ausgedrückt sind, bleiben unverändert. Die Glieder der geometrischen Reihe haben wegen (18.1) allerdings die Form

$$(18.2) \quad \bar{p}_{fxc} = K \cdot e^{-m\bar{z}x} \cdot e^{-mr_c(x+1)}$$

so dass für die Summe von $x = 0$ bis $x = \infty$

$$(18.3) \quad \bar{p}_{F1c} = \frac{K \cdot e^{-mr_c}}{1 - e^{-mr_c} \cdot e^{-m\bar{z}}}$$

gilt. Dieser Erwartungswert der Folgeverspätungen bei konstanten Pufferzeiten lässt sich umformen zu

$$(18.4) \quad \bar{p}_{F1c} = \frac{K}{e^{-mr_c} - e^{-m\bar{z}}}.$$

18.2. Folgeverspätungen höheren Grades bei konstanten Pufferzeiten und seltenen Einbruchsverspätungen

Wenn man annimmt, dass die Pufferzeiten auch bei einer gewissen Häufung von Einbruchs- und Folgeverspätungen noch konstant bleiben, ist jede Folgeverspätung 2.Grades um r_c kleiner als die auslösende Folgeverspätung 1.Grades. Es ist also

$$(18.5) \quad p_{F2c} = p_{F1c} - r_c$$

Eine Folgeverspätung 3.Grades ist dann um zwei Pufferzeiten kleiner als die Folgeverspätung 1.Grades

$$(18.6) \quad p_{F3c} = p_{F1c} - 2r_c$$

so dass allgemein eine Folgeverspätung (n+1)-ten

$$(18.7) \quad p_{F(n+1)} = p_{f1c} - n \cdot r_c$$

wird. Die Summe aller Folgeverspätungen höheren Grades, die durch eine Folgeverspätung von p_{F1c} verursacht wird, ist damit

$$(18.8) \quad \sum p_{Fc} = p_{F1c} + n \cdot p_{F1c} - \sum_{i=1}^n i \cdot r_c$$

Für die in (18.8) enthaltene Summe kann man auch setzen

$$(18.9) \quad \sum_{i=1}^n i \cdot r_c = \frac{r_c}{2}(n^2 + n)$$

wodurch

$$(18.10) \quad \sum p_{Fc} = p_{F1c} + n \cdot p_{F1c} - \frac{r_c}{2}(n^2 + n)$$

wird. Die Anzahl n der von der Folgeverspätung noch erfassten Züge hängt von der Größe der Folgeverspätung 1.Grades p_{F1c} ab, sowie von der Pufferzeit r_c .

$$(18.11) \quad n = \frac{p_{F1c}}{r_c}$$

Setzt man (18.11) in (18.10) ein, so erhält man

$$(18.12) \quad \sum p_{Fc} = p_{F1c} + \frac{p_{F1c}^2}{r_c} - \frac{r_c}{2} \left(\frac{p_{F1c}^2}{r_c^2} + \frac{p_{F1c}}{r_c} \right)$$

oder

$$(18.13) \quad \sum p_{Fc} = \frac{p_{F1c}^2}{2r_c} - \frac{p_{F1c}}{2}$$

und

$$(18.14) \quad \sum p_{Fc} = p_{F1c} + \frac{p_{F1c}^2}{2r_c} - \frac{p_{F1c}}{2}$$

Die Gleichung (18.14) hätte als Basis für eine Bemessungsgleichung den wesentlichen Mangel, dass zwar bei den Folgeverspätungen 1.Grades über den Faktor K die Abweichungen der tatsächlichen Zuglagen von den durch die konstanten Pufferzeiten gegebenen Zugfolgezeiten berücksichtigt wer-

den, bei den Folgeverspätungen höheren Grades jedoch ein ungestörter Betrieb vorausgesetzt wird. Sie könnte also nur dann gelten, wenn vereinzelte sehr große Einbruchsverspätungen auftreten, alle übrigen Züge jedoch planmäßig verkehren.

Die Gleichung (18.13) entspricht in ihrem Aufbau der Gleichung (43.02) bei Potthoff [1]. Sie gilt nur für $r_c \leq p_{FI}$. Da aber p_{FI} stets kleiner als $2\bar{z}$ und im Normalfall bei $w_g = 1$ sogar kleiner als \bar{z} ist, könnten bei keinem Betriebszustand Folgeverspätungen höheren Grades (also Warteschlangen) auftreten, wenn $r_c \geq \bar{z}$ ist. Die Gleichung (18.13) kann daher nicht als Ansatz zur Berechnung der Folgeverspätungen höheren Grades dienen.

18.3. Folgeverspätungen höheren Grades bei teilweise gestörtem Rhythmus

Je häufiger Einbruchsverspätungen auftreten, desto mehr weichen die tatsächlichen Zugfolgezeiten von den planmäßig konstanten Zugfolgezeiten ab. Im Grenzfall des völlig gestörten Betriebes mit negativ-exponentialer Verteilung der Ankunftsabstände der Züge an der Bedienungsstelle (Zugfolgezeiten) am Anfang des Streckenabschnittes müssen die gleichen Folgeverspätungen, wie bei negativ-exponential verteilten Pufferzeiten auftreten. Daher wird hier (vgl. (9.15))

$$(18.15) \quad \bar{p}_F = \bar{p}_{F1c} + \bar{p}_{F1gc} \frac{\bar{z}}{r_c}$$

gesetzt. Dabei gilt für \bar{p}_{F1g} wieder die mittlere Mindestzugfolgezeit.

$$(18.16) \quad \bar{p}_{F1gc} = \left(1 - e^{-m\bar{z}}\right)^2 \left(1 - \frac{g}{2}\right) \frac{\bar{p}}{e^{mr_c} - e^{-m\bar{z}}}$$

Setzt man nun (18.4) und (18.16) in (18.15) ein, so erhält man den Erwartungswert der Folgeverspätung bei konstanten Pufferzeiten (mittlere Folgeverspätung)

$$(18.17) \quad \bar{p}_F = \bar{p} \cdot \left(1 - \frac{g}{2}\right) \cdot \frac{w_g \left(1 - e^{-m\bar{z}_g}\right)^2 + (1 - w_g) m\bar{z}_v \left(1 - e^{-2m\bar{z}_v}\right) + \left(1 - e^{-m\bar{z}}\right)^2 \frac{\bar{z}}{r_c}}{e^{mr_c} - e^{-m\bar{z}}}$$

Unter Verwendung der Zusammenhänge (3.13) und (10.31) ist die Summe der **Folgeverspätungen je Tag bei konstanten Pufferzeiten**

$$(18.18) \quad P_F = T \cdot \left(g - \frac{g^2}{2}\right) \cdot \frac{w_g \left(1 - e^{-m\bar{z}_g}\right)^2 + (1 - w_g) m\bar{z}_v \left(1 - e^{-2m\bar{z}_v}\right) + \left(1 - e^{-m\bar{z}}\right)^2 \frac{\bar{z}}{r_c}}{m\bar{z} \cdot \left(\frac{r_c}{\bar{z}} + 1\right) \cdot \left(e^{mr_c} - e^{-m\bar{z}}\right)}$$

Setzt man nun als Pufferzeitquotienten für konstante Pufferzeiten

$$(18.19) \quad q_c = \frac{r_c}{\bar{z}}$$

so wird durch Erweiterung mit m

$$(18.20) \quad q_c = \frac{mr_c}{m\bar{z}}$$

und

$$(18.21) \quad mr_c = q_c \cdot m\bar{z}$$

Setzt man außerdem für

$$(18.22) \quad H_c = \frac{P_{Fc}}{T \left(g - \frac{g^2}{2}\right)}$$

so erhält man als Bemessungsgleichung für konstante Pufferzeiten

$$(18.23) \quad H_c = \frac{w_g \left(1 - e^{-m\bar{z}_g}\right)^2 + (1 - w_g) \cdot m\bar{z}_v \cdot \left(1 - e^{-2m\bar{z}_v}\right) + \left(1 - e^{-m\bar{z}}\right)^2 \frac{1}{q_c}}{m\bar{z} \cdot (1 + q_c) \cdot \left(e^{q_c m\bar{z}} - e^{-m\bar{z}}\right)}$$

Für die Bemessung der Pufferzeiten bei Bahnen mit konstanten Mindestzugfolgezeiten, konstanten Pufferzeiten und vollkommen gleichrangigen Zügen (S-Bahnen) vereinfacht sich diese Bemessungsgleichung zu

$$(18.24) \quad H_c = \frac{\left(1 - e^{-mz_c}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{q_c}\right)}{mz_c \cdot (1 + q_c) \cdot \left(e^{q_c mz_c} - e^{-mz_c}\right)}$$

da an die Stelle der mittleren Mindestzugfolgezeit nach $\bar{z} = z_c$ die konstante Mindestzugfolgezeit z_c zwischen den gleichartigen Zügen tritt und da alle Züge gleichrangig sind, also $w_g = 1$ ist.

18.4. Bemessungsgleichung bei eingeschränkter oder fehlender Möglichkeit des Wechsels der Reihenfolge

Zusammen mit der Pufferzeit bestimmt bei den S-Bahnen die theoretische Zugfolgezeit die Leistungsfähigkeit [18]. Diese theoretische Zugfolgezeit besteht nach Sonntag aus der Zugwechselzeit und der Aufenthaltszeit. Wegen fehlender Möglichkeiten des Reihenfolgewechsels können jedoch Folgeverspätungen zwischen den gleichrangigen Zügen übertragen werden, die erheblich größer als die theoretischen Zugfolgezeiten z_f (bei Sonntag t_f) sind. Die Mindestzugfolgezeiten z_c oder \bar{z} sind wegen ihrer Definition größer als die theoretischen Zugfolgezeiten. Im weiteren wird vorausgesetzt, dass die hier in Frage kommenden S-Bahnen konstante Mindestzugfolgezeiten z_c - und damit konstante Obergrenzen für die Verspätungsübertragung - aufweisen.

Für diesen Fall $z_c > z_f$ ist in (18.23) für \bar{z} die theoretische Zugfolgezeit z_f einzusetzen, da sie in Verbindung mit der Pufferzeit r_c die Leistungsfähigkeit N_{zul} bestimmt:

$$(18.25) \quad N_{zul} = \frac{T}{z_f + r_c}$$

Dort aber, wo die Mindestzugfolgezeit in ihrer Definition hinsichtlich der Überholungsmöglichkeiten verwendet wird, ist z_c einzusetzen, wobei z_c prinzipiell gegen Unendlich gehen kann. Auf Strecken mit beschränkter Möglichkeit des Wechsels der Reihenfolge wird (18.24) zu

$$(18.26) \quad H_{cb} = \frac{(1 - e^{-mz_c})^2 \cdot \left(1 + \frac{z_f}{r_c}\right)}{m \cdot (r_c + z_f) \cdot (e^{mr_c} - e^{-mz_c})}$$

Die Mindestzugfolgezeit z_c wird nur in den seltensten Fällen tatsächlich so groß sein, dass e^{-mz_c} gegen Null geht. Auch dort, wo ein liegengebliebener Zug etwa nicht überholt werden kann, besteht die Möglichkeit, ihn durch den folgenden Zug oder durch eine Hilfslokomotive zur nächsten Überholungsmöglichkeit zu schieben. Als Mindestzugfolgezeit z_c gilt dann ebenfalls die auf den folgenden Zug übertragene größtmögliche Folgeverspätung. Für solche Betriebsstörungen werden jedoch keine Fahrpläne erstellt. Damit erübrigt sich eine Pufferzeitbemessung.

Würde tatsächlich $z_c \rightarrow \infty$ gehen, so geht $e^{-mz_c} \rightarrow 0$, wenn die mittlere Einbruchsverspätung p_m (also $1/m$) sich nicht ändert. In diesem Fall ohne Möglichkeit des Wechsels der Reihenfolge wird (13.26) zu

$$(18.27) \quad H_{cs} = \frac{(1 - 0)^2 \cdot \left(1 + \frac{z_f}{r_c}\right)}{m \cdot (r_c + z_f) \cdot (e^{mr_c} - 0)}$$

und nach Kürzung mit $(1 + z_f/r_c)$ zu

$$(18.28) \quad H_{cs} = \frac{1}{mr_c \cdot e^{mr_c}}$$

oder zu

$$(18.29) \quad H_{cs} = e^{-\frac{r_c}{p_m}} \cdot \frac{p_m}{r_c}$$

Unter Verwendung des Zusammenhangs (18.22) beträgt die Summe der Folgeverspätung bei konstanten Pufferzeiten und starrer Reihenfolge der Züge

$$(18.30) \quad P_{FCS} = T \left(g - \frac{g^2}{2} \right) \frac{p_m}{r_c} e^{-\frac{rc}{pm}}$$

Der Flüssigkeitsgrad H_{cs} ist nur von dem Produkt mr_c abhängig. Dilli [6] hat dessen Kehrwert, das Verhältnis der mittleren Einbruchsverspätung zur Pufferzeit als „Schwierigkeitsgrad“ j der Strecke bezeichnet. Der Flüssigkeitsgrad lässt sich daher auch durch

$$(18.31) \quad H_{cs} = j \cdot e^{-\frac{1}{j}}$$

ausdrücken. Dabei ist

$$(18.32) \quad j = \frac{p_m}{r_c} \quad \text{oder} \quad r_c = \frac{p_m}{j}$$

Für die Gleichung (18.29) lässt sich eine Wertetafel aufstellen, die in Tafel 18.1 wiedergegeben und auf Bild 18.1 graphisch dargestellt ist.

Tafel 18.1

r_c/p_m	H_c	r_c/p_m	H_c
0,002	499,000000	0,10	9,048400
0,003	332,333333	0,15	5,738067
0,004	249,002500	0,20	4,093650
0,006	165,670000	0,30	2,469400
0,010	99,005000	0,40	1,675800
0,015	65,674000	0,60	0,914683
0,020	49,010000	0,80	0,561663
0,030	32,348333	1,00	0,367888
0,040	24,019750	1,50	0,148753
0,060	15,696000	2,00	0,067670

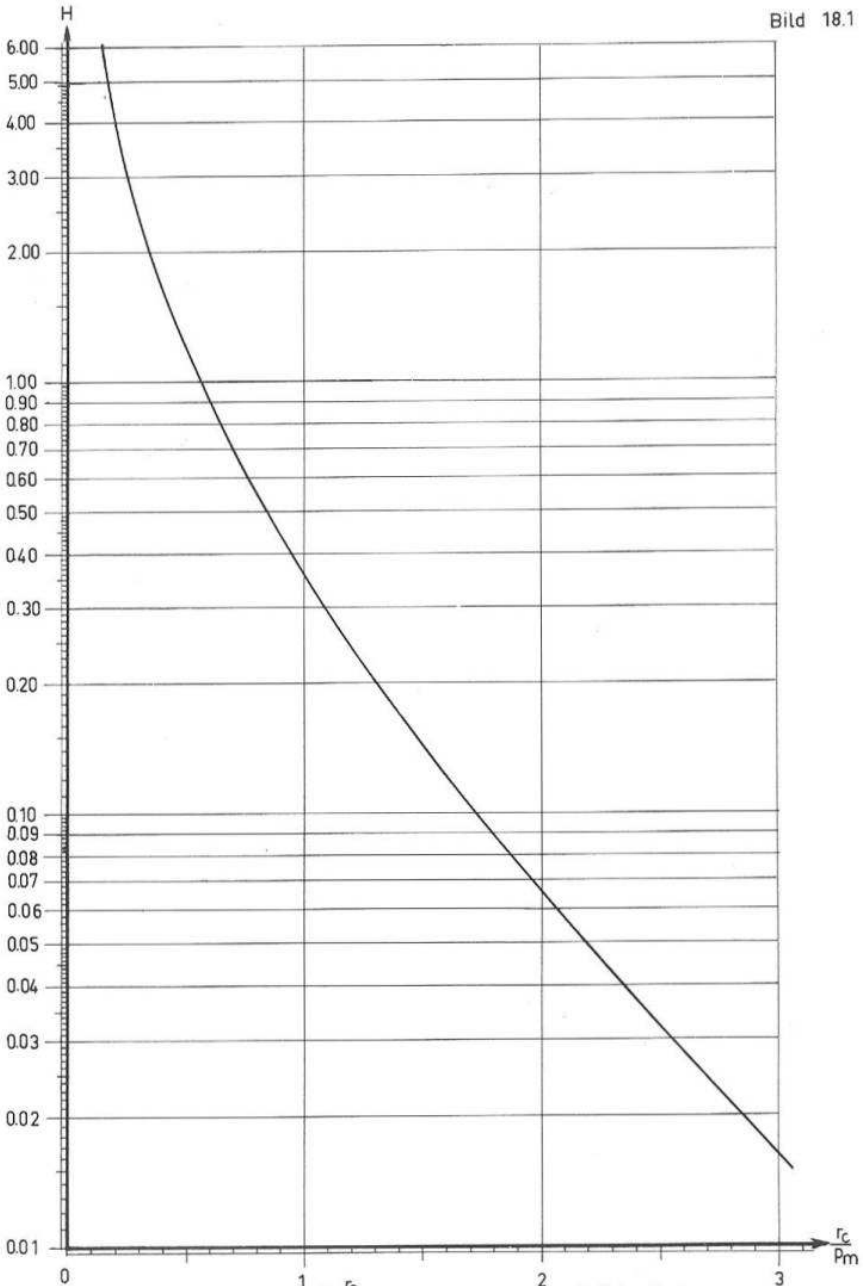


Bild 18.1 Zusammenhang $H_c = f\left(\frac{r_c}{p_m}\right)$ bei $w_g = 1$ und Unmöglichkeit des Wechsels der Reihenfolge

18.5. Bemessungsbeispiel für konstante Pufferzeiten bei starrer Reihenfolge der Züge

Die theoretische Zugfolgezeit einer S-Bahnstrecke ohne Überholungsmöglichkeiten betrage $z_f = 78$ [sec] entsprechend $z_f = 1,30$ [min]. Bei der Beobachtung des Betriebsablaufes sei festgestellt worden, dass 90 % aller Züge pünktlich verkehren und bei 10 % der Züge negativ-exponential verteilte Verspätungen von im Durchschnitt $p_m = 2$ [min] auftreten.

Wie groß muss die Pufferzeit r_c werden, wenn täglich $P_{Fs} = 216$ [min] Folgeverspätung zugelassen sein sollen? Wie groß ist die Leistungsfähigkeit dieser Schnellbahn je Stunde?

Nach (18.22) beträgt

$$H_{cs} = \frac{216}{1440 \cdot (0,1 - 0,1^2 / 2)} = 1,5789$$

Für $H_{cs} = 1,58$ kann aus Bild 18.1 für $r_c/p_m = 0,41$ entnommen werden. Damit beträgt die erforderliche Pufferzeit nach (18.32)

$$r_{cerf} = 0,41 \cdot 2,0 = 0,82 \text{ [min]}$$

Die Leistungsfähigkeit der Strecke beträgt nach (12.13)

$$N_{zul} = \frac{1440}{0,82 + 1,30} = 679 \text{ [Züge / Tag]}$$

Zum Vergleich hierzu sei angenommen, dass im Abstand der theoretischen Zugfolgezeit Überholungsmöglichkeiten auf der Strecke bestünden. Damit wird die theoretische Zugfolgezeit z_f zur Mindestzugfolgezeit. Die größtmögliche Folgeverspätung, die von einem Zug auf den ihm folgenden Zug übertragen werden kann, ist dadurch auf z_c begrenzt.

Für $mz_c = z_c/p_m$ ergibt sich $1,30 / 2,00 = 0,65$

Im Vorgriff auf Kap. 19, wo für $mz_c = \ddot{u}$ gesetzt wird, kann r_{cerf} mit Hilfe der Anlage 19.4 bemessen werden. Dort findet man auf Blatt 9 für $w_g = 1$, $\ddot{u} = 0,65$ und $H_c = 1,60$ den erforderlichen Pufferzeitquotienten $q_{cerf} = 0,31$. Die erforderliche konstante Pufferzeit beträgt in diesem Fall nach (18.19)

$$r_{cerf} = q_{cerf} \cdot z_c = 0,31 \cdot 1,30 = 0,403 \text{ min oder } 24 \text{ s .}$$

Durch die Möglichkeit des Wechsels der Reihenfolge der Züge können also bei gleichbleibender Betriebsqualität die Pufferzeiten auf die Hälfte reduziert werden. Die Zugfolgezeit beträgt $z_m = r_{cerf} + z_c = 0,403 + 1,30 = 1,7$ min und die Leistungsfähigkeit steigt von 28 Zügen je Stunde auf 35 Züge je Stunde an.

Durch dieses Beispiel wird der starke Einfluss verdeutlicht, den die Möglichkeit zum Wechsel der Reihenfolge auch bei Schnellbahnen auf die Leistungsfähigkeit, also auf die Betriebsflüssigkeit ausübt. Über die Größe der als zulässig zu betrachtenden Summe der Folgeverspätung können noch keine Angaben gemacht werden. Das hier dargestellte Beispiel zeigt, dass bei $P_{Fc} = 216$ min/Tag Pufferzeiten erforderlich werden, die eine plausible Größenordnung aufweisen und eine hohe Leistungsfähigkeit ermöglichen. Durch die hohen Zugzahlen werden die durchschnittlichen Folgeverspätungen je Zug sehr klein.

Die überragend große Leistungsfähigkeit N_{zul} von $35 \cdot 24 = 840$ Zügen/Tag führt dazu, dass je Zug im Mittel nur $p_f = 216/840 = 0,26$ min Folgeverspätung auftreten. Wegen der unvermeidlichen Unterhaltungsarbeiten kann diese zulässige Zugzahl naturgemäß nicht erreicht werden. Bei einer so hohen Streckenbelastung ist es erforderlich, täglich für mindestens 4 bis 5 Stunden die Strecke für Unterhaltungs- und Bauarbeiten zu sperren. Damit verbleibt eine Leistungsfähigkeit von rund 700 Zügen je Tag. Ein 2 Minuten Taktfahrplan (z.B. S-Bahn München) ist bei befriedigender Betriebsqualität fahrbar.

19. Aufbereitung des Verfahrens zur Bemessung der Pufferzeiten für die Anwendung in der Praxis

Das vorstehend entwickelte Verfahren zur Bemessung der Pufferzeiten wird nur dann in der Praxis angewendet werden, wenn es einfach und übersichtlich genug ist. Dem Verfasser war die Aufgabe gestellt, das Verfahren mit dieser Zielsetzung aufzubereiten, ohne durch zu grobe Näherungen

wesentlich an Genauigkeit einzubüßen.^{*)} Das in Kap.12 beschriebene Rechenverfahren auf einem elektronischen Kleinrechner erfüllt zwar diese Forderungen, setzt aber das Vorhandensein eines solchen Rechners voraus, verlangt eine Beschreibung der Speicheradressen und das Vorliegen des Programms als Liste der Rechenschritte oder als Magnetkarte. Diese Voraussetzungen sind jedoch nicht bei allen Anwendern des Verfahrens erfüllt.

19.1. Wahl einer Näherungslösung

Die wesentliche Schwierigkeit bei der Bemessung der Pufferzeiten hängt von der großen Anzahl von Parametern ab, die Einfluss auf die erforderlichen Pufferzeiten haben. Nach Gleichung (10.32) ist die erforderliche Pufferzeit ein Parameter zur Bestimmung der Summe der Folgeverspätungen. Wählt man diesen Parameter so, dass eine gegebene Summe von Folgeverspätungen nicht überschritten wird, so kann man

$$(19.1) \quad \bar{r}_{erf} = f(T, \bar{p}, g, w_g, \bar{z}_g, \bar{z}_v, \bar{z}, P_{Fzul})$$

setzen. Da $m = g / p$ ist, ist m als Kehrwert der mittleren Einbruchverspätung kein unabhängiger Parameter. Auch die Dauer des Tages T ist als Konstante kein eigentlicher Parameter. Nach Gleichung (12.1) können die Parameter g , T und P_{Fzul} zu einem Parameter H zusammengefasst werden. Dieser Parameter H ist deutbar als das zweifache der mittleren Länge der Warteschlange, bezogen auf die verspäteten Züge. Er könnte daher im weiteren die relative Länge der Warteschlange genannt werden. Da nach den in Kap. 10 angestellten Überlegungen die Länge der Warteschlange nur bei der unmittelbaren Warteschlangentheorie ermittelt wird, hier aber nur als Modell gilt, ist es richtiger, den Parameter H als „Flüssigkeitsgrad“ zu bezeichnen.

^{*)} Das Bemessungsverfahren ist in der aufbereiteten Form Bestandteil der Richtlinie R405 der Deutschen Bundesbahn zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit von Strecken

Die Frage, welche Parameter man noch zusammenfassen könnte oder auf welche Parameter man ganz verzichten kann, ist durch einen Vergleich der Tafeln 14.1 bis 14.7 zu beantworten.

Da die Parameter g , m , \bar{z} und P_{Fzul} ganz erheblichen Einfluss auf den zulässigen Belegungsgrad ρ_{zul} und die Leistungsfähigkeit^{**)} N_{zul} ausüben, können sie bei der Bemessung von \bar{r}_{erf} nicht vernachlässigt werden. Die Tafel 14.4 zeigt jedoch, dass das gegenseitige Verhältnis der drei Arten von Mindestzugfolgezeiten $\bar{z} : \bar{z}_g : \bar{z}_v$ in weiten Bereichen wenig Einfluss auf die erforderliche mittlere Pufferzeit und auf die Streckenleistungsfähigkeit ausübt. Daher wird

$$\bar{z} = \bar{z}_g = \bar{z}_v$$

gesetzt. Damit kann das Verhältnis der mittleren Mindestzugfolgezeit zur mittleren Einbruchsverspätung

$$(19.2) \quad \frac{\bar{z}}{P_m} = \ddot{u}$$

gesetzt werden. Dieser neue Parameter wird als Übertragungsfaktor bezeichnet. Je kleiner dieser Übertragungsfaktor \ddot{u} wird, desto mehr Zufälligkeit herrscht im Betriebsgeschehen. Er ist das Kriterium für die Häufigkeit des Wechsels der Reihenfolge der Züge infolge von Einbruchsverspätungen. Es wäre wohl korrekter, \ddot{u} etwa als Regelmäßigkeitsfaktor oder Plan-

^{**)}Anmerkung zur 2.Auflage:

Die theoretische Leistungsfähigkeit einer Bahnanlage gibt an, wie viele Betriebsvorgänge (Züge, Rangierfahrten) in einem bestimmten Zeitraum z.B. einem Tag oder eine Stunde unter Berücksichtigung aller fahrdynamischen und topographischen Bedingungen maximal eingeplant werden können. Die theoretische Leistungsfähigkeit enthält keine Aussage über die im Betriebsablauf und in der Fahrplankonstruktion enthaltenen Wartezeiten und Folgeverspätungen, also über die Betriebsqualität.

Die **praktische Leistungsfähigkeit** enthält drüber hinaus eine Aussage über die marktrelevante Betriebsqualität des Fahrplanes. Dieser enthält zwischen den Mindestzugfolgezeiten Pufferzeiten, welche die Verspätungsübertragung dämpfen. In dieser Arbeit wird nur die praktische Leistungsfähigkeit behandelt. Andere Bezeichnungen hierfür sind die „Fahrplanleistungsfähigkeit“ (ein eigentlich unbrauchbarer Kunstbegriff) und die Fahrplan-Nennleistung.

mäßigkeitsfaktor zu bezeichnen. Hiermit würden aber auch nur einige Eigenschaften dieses Parameters angesprochen. Der Begriff "Übertragungsfaktor" erscheint daher für die Anwendung in der Praxis am geeignetsten zu sein. Setzt man nun in (10.39)

$$(19.3) \quad m\bar{z} = m\bar{z}_g = m\bar{z}_v = \ddot{u}$$

so erhält man

$$(19.4) \quad H = \frac{w_g (1 - e^{-\ddot{u}})^2 + (1 - w_g) \ddot{u} (1 - e^{-2\ddot{u}}) + (1 - e^{-\ddot{u}})^2 (1/q)}{\ddot{u}^2 (1 + q) \left(q + \frac{1 - e^{-\ddot{u}}}{\ddot{u}} \right)}$$

Damit ist nur noch $H = f(w_g, q, \ddot{u})$. Setzt man in (19.4) für

$$(19.5) \quad \ddot{u}^2 (1 + q) \left(q + \frac{1 - e^{-\ddot{u}}}{\ddot{u}} \right) = f_1(\ddot{u}, q)$$

für

$$(vgl. 7.6) \quad w_g (1 - e^{-\ddot{u}})^2 + (1 - w_g) \ddot{u} (1 - e^{-2\ddot{u}}) = K$$

und für

$$(19.6) \quad (1 - e^{-\ddot{u}})^2 = f_2(\ddot{u})$$

so wird durch Einsetzen von (19.5), (19.6) und (7.6) in (19.4)

$$(19.7) \quad H = \frac{\left[K + \frac{1}{q} \cdot f_2(\ddot{u}) \right]}{f_1(\ddot{u}, q)}$$

Diese Gleichung lässt sich umformen zu

$$(19.8) \quad H \cdot q \cdot f_1(\ddot{u}, q) - f_2(\ddot{u}) - K \cdot q = 0$$

Nach (7.6) besteht zwischen K und w_g ein linearer Zusammenhang. Deshalb ist auch der dritte Summand in (19.8) linear von w_g abhängig. Da die-

ser Summand proportional zu q ist, muss auch q linear von w_g abhängig sein. Damit ist die in Abschnitt 14.6 auf Grund der Ergebnisse des Beispiels nur vermutete lineare Interpolationsmöglichkeit bewiesen. Man kann nun Zahlentafeln aufstellen, die $q = f(w_g, H, \ddot{u})$ einmal für $w_g = 0$ und einmal für $w_g = 1$ enthalten. Alle Zwischenwerte von w_g können dann linear interpoliert werden. Die beiden Eckwerte von q sind für $w_g = 1$ die Werte $q_1 = f(H, \ddot{u})$ und für $w_g = 0$ die Werte $q_0 = f(H, \ddot{u})$. Damit ergibt sich die mittlere erforderliche Pufferzeit aus

$$(19.9) \quad \bar{r}_{erf} = \bar{z} \left[q_0 - w_g (q_0 - q_1) \right]$$

Die Werte von q_0 und q_1 können aus der Anlage 19.3 entnommen werden. Die Tafelwerte sind als Anlage 19.5 graphisch dargestellt, wobei auch die Interpolation für w_g graphisch erfolgt.

Die Tafeln wurden auf der Großrechenanlage der Zentralstelle für Betriebswirtschaft der Deutschen Bundesbahn in Frankfurt errechnet. Dabei hätte sich für $\ddot{u} = 0$ ein unbestimmter Ausdruck für H ergeben. Daher wurde in diesem Fall $q = f(H, \ddot{u})$ nach Gleichung (17.21) anstelle von (19.4) berechnet.

Auch die Tafeln für die Bemessung konstanter Pufferzeiten wurden für $\ddot{u} = 0$ unter Verwendung von (17.21) anstelle von (18.23) berechnet. In (18.23) wurde ebenfalls $mz_g = mz_v = mz = \ddot{u}$ gesetzt. Dadurch vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$(19.10) \quad H_c = \frac{w_g (1 - e^{-\ddot{u}})^2 + (1 - w_g) \cdot \ddot{u} \cdot (1 - e^{-2\ddot{u}}) + (1 - e^{-\ddot{u}})^2 \cdot (1/q)}{\ddot{u} \cdot (1 + q_c) \cdot (e^{q_c \cdot \ddot{u}} - e^{-\ddot{u}})}$$

Aus Anlage 19.2 können für gegebene \ddot{u} und H die erforderlichen Pufferzeitquotienten q_{c0} und q_{c1} entnommen werden. Daraus ergibt sich als erforderliche konstante Pufferzeit

$$(19.11) \quad r_{cerf} = \bar{z} \cdot \left[q_{c0} - w_g \cdot (q_{c0} - q_{c1}) \right]$$

19.2. Ablauf des Bemessungsverfahrens

Das Bemessungsverfahren umfasst eine Reihe von Arbeitsschritten, die aus der Sammlung von Rohdaten und aus einfachen Rechenschritten, die teilweise durch Konstruktionsschritte ersetzt werden können, bestehen.

19.2.1. Erstellung und Auswertung der Verspätungsliste

Zur Ermittlung der Einbruchverspätungen, der Häufigkeit der Wechsel der Rangordnung und der tatsächlich auftretenden Zugfolgefälle ist eine Verspätungsliste zu erstellen. In diese Liste werden für die am Anfang des betrachteten Streckenabschnittes gelegene Betriebsstelle alle Züge, die in den Streckenabschnitt einfahren mit ihrer planmäßigen Abfahrt und Reihenfolge eingetragen. Auch Bedarfs- und Sonderzüge, die in dem Erfassungszeitraum verkehren, werden gemäß ihrer planmäßigen Abfahrtszeit eingereiht.

Neben der planmäßigen Abfahrtszeit ist jeweils die Zuggattung und die Verspätung in Minuten gegenüber der planmäßigen Abfahrts-(Durchfahrts-)zeit anzugeben. Die Erfassung der planmäßigen Reihenfolge der Züge ist für eine genaue Ermittlung der Anzahl der gleichrangigen Zugfolgefälle von Bedeutung, da infolge der Verspätungen Entmischungen eintreten können, die meist zu einer stärkeren Bündelung der Züge und damit zu einer höheren Wahrscheinlichkeit gleichrangiger Zugfolgefälle führen.

Aus dieser Verspätungsliste ist nun die Anzahl N_{gl} der gleichrangigen Zugfolgefälle ausuzählen. Dafür können keine von vornherein gültigen Regeln angegeben werden. Als gleichrangig sind Zugfolgefälle zu betrachten, die von den Fahrdienstleitern oder Zugleitern tatsächlich gleichrangig behandelt werden. So können beispielsweise einige Nahverkehrszüge wegen wichtiger Anschlüsse gegenüber anderen vorrangig behandelt werden. Andererseits können gelegentlich Übergabefahrten, die bei Verspätung zu erheblichen Produktionsstörungen bei den Empfängern der Sendungen führen, gleichrangig mit Personenzügen eingereiht werden. Die Wahrscheinlichkeit gleichrangiger Zugfolgefälle wird nun über deren Anteil geschätzt und als "Gleichrangigkeitsgrad" bezeichnet. Er wird über den Anteil N_{gl} gleichrangiger Zugfolgefälle nach

$$(19.12) \quad w_g = \frac{N_{gl}}{N}$$

geschätzt.

Bei der Eintragung der Einbruchsverspätungen in die Verspätungsliste ist darauf zu achten, dass Verspätungen, die durch Zugfolge in dem betrachteten Streckenabschnitt verursacht werden, bereits Folgeverspätungen sind und nicht als Einbruchsverspätungen gezählt werden dürfen. Andererseits sind im Streckenabschnitt neu aufgetretene Urverspätungen als Einbruchsverspätungen zu betrachten.

Aus der Verspätungsliste sind nun die Anzahl N der Züge je Tag, die Anzahl N_e der Züge mit Einbruchsverspätung und die Summe P^* der Einbruchsverspätungen auszuzählen. Für diese drei Werte ist der Tagesdurchschnitt über den Ermittlungszeitraum zu bilden.

Die Dauer des Ermittlungszeitraumes hängt von der Streuung der Tagessummen der Einbruchsverspätungen ab. Nach den bisher beobachteten Streuungen dürfte ein Zeitraum, der etwa 1000 Zugfahrten umfasst, genügen. An Tagen mit außergewöhnlichen Betriebsunregelmäßigkeiten (Unfälle, Sturmschäden usw.) haben die Einbruchsverspätungen keinen repräsentativen Aussagewert und bleiben daher unberücksichtigt. Gelegentlich treten ungewöhnlich große Einbruchsverspätungen von mehreren Stunden auf. Bei solchen Einbruchsverspätungen ist zu vermuten, dass sie aus außergewöhnlichen Betriebsunregelmäßigkeiten stammen. Diese als Ausreißer zu bezeichnenden. Einbruchsverspätungen werden nur in der Größe p_m^* der vorläufigen mittleren Einbruchsverspätung angesetzt. Der Wert p_m^* ergibt sich aus der Summe aller Einbruchsverspätungen P^* einschließlich der Ausreißer, geteilt durch die Anzahl aller Verspätungsfälle N_p .

$$(19.13) \quad p_m^* = \frac{P^*}{N_p}$$

Damit gilt für die vorläufige Verteilung der Einbruchsverspätungen, bezogen auf die Verspätungsfälle, wenn man in (3.16) (3.17) einsetzt und $g = 1$ setzt

$$(19.14) \quad w_p^* = \frac{e^{-\frac{p}{p_m^*}}}{p_m^*}$$

Bei der Normalverteilung gelten Werte von $x \pm 4\sigma$ als Ausreißer. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieser Werte beträgt $\varphi = 0,000134$. Daher werden hier ebenfalls Werte, die im Durchschnitt bei 10.000 Versuchen nur einmal zu erwarten sind, also mit einer Wahrscheinlichkeit $w_p = 0,0001$ oder seltener auftreten, als „Ausreißer“ behandelt. Ersetzt man in (19.14) die Einbruchsverspätung p durch die mittlere Größe der als Ausreißer bezeichneten Einbruchsverspätung p_a so wird, nach p_a aufgelöst, (19.14) zu

$$(19.15) \quad p_a = p_m^* \cdot \ln \frac{10000}{p_m^*}$$

Für diesen Zusammenhang $p_a = f(p_m^*)$ lässt sich die in Tafel 19.1 wiedergegebenen Tabelle aufstellen. Die Werte dieser Tafel sind auf Bild 19.1 graphisch dargestellt. Bei den in der Praxis auftretenden mittleren Einbruchsverspätungen zwischen $5 < p_m < 25$ Minuten kann näherungsweise $p_a = 6,7 \cdot p_m^*$ gesetzt werden, wenn man für p_a einen Fehler von $\pm 12\%$ zulässt.

Wenn auf einer Strecke noch keine Einbruchsverspätungen beobachtet werden können, entweder weil die Strecke erst geplant ist, oder die Anschlussstrecken noch weit unter ihrer Leistungsfähigkeit belastet sind, können die Erwartungswerte der Einbruchsverspätung über Pauschalwerte vergleichbarer Teile des Streckennetzes geschätzt werden.

Tafel 19 1

p_m^* [min]	p_a [min]	p_m^* [min]	p_a [min]
0,10	1,151	5,00	38,000
0,25	2,650	10,00	69,100
0,50	4,950	25,00	149,750
1,00	9,210	50,00	265,000
2,50	20,725	100,00	460,000

Bild 19.1

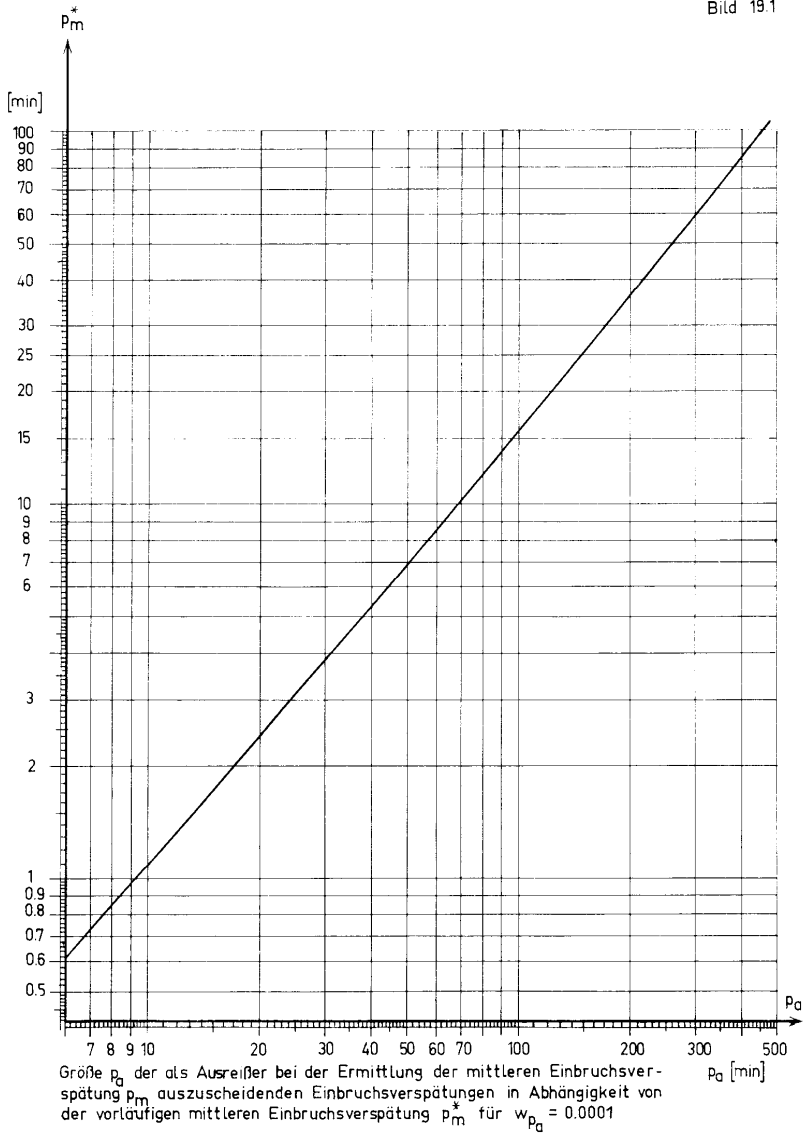


Bild 19.1

Es wird hier vorgeschlagen, bis zum Vorliegen von Statistiken über echte Einbruchsverspätungen hilfsweise die Werte aus Anlage 10.1 und Anlage 19.1 zu verwenden. Man wird wohl auf der sicheren Seite liegen, wenn man für die verschiedenen Zuggattungen die in Tafel 19.2 angegebenen Durchschnittswerte für g und p_m verwendet.

Tafel 19.2

Gattung i	g_i	p_{mi}
TEE, IC, D, E	0,45	8
N	0,30	5
TEEM	0,43	45
Sg	0,35	36
Dg, Gag	0,60	45
Ng, Üb, Üs	0,29	37

19.2.2. Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten.

Für die in der Verspätungsliste erfassten Züge sind aus dem Bildfahrplan die Reisezeiten über den ganzen Streckenabschnitt zu ermitteln. Ein Streckenabschnitt ist dabei jener Teil einer Strecke, der durch Betriebsstellen (Bahnhöfe oder Abzweigstellen) begrenzt ist, an denen sich die Anzahl der Züge oder ihr Mischungsverhältnis wesentlich ändert. Aus diesen Reisezeiten sind die mittleren Beförderungszeiten je Zuggattung zu bilden. Zuggattungen, deren Reisezeiten sich um weniger als 10 % voneinander unterscheiden, können zu Zuggattungsgruppen zusammengefasst werden. Zuggattungen, die weniger als 5 % der Züge darstellen, können zu der nächsten Gruppe gezählt werden, auch wenn die erste Bedingung nicht erfüllt ist. Diese Zusammenfassungen haben nur die Vereinfachung der Rechnung zum Ziel. Aus den Beförderungszeiten der in der Gattungsgruppe zusammengefassten Züge ist nun ein gewogenes Mittel zu bilden. Für dieses gewogene Mittel ist jeweils ein Zug der betreffenden Zuggattungsgruppe zu suchen, dessen Reisezeit diesem Mittel möglichst nahe kommt. Die Fahrplanelemente dieses Zuges bilden den Ausgangspunkt für die Fahrzeitermittlung. (vgl. Tafel 13.1)

Aus den reinen Fahrzeiten der repräsentativen Züge sind Sperrzeitentrepfen zu konstruieren. Sie erstrecken sich mindestens über den ganzen Stre-

ckenabschnitt und von planmäßigem Halt zu planmäßigem Halt. (vgl. Bild 17.1)

Diese Sperrzeitentrepfen sind nun bis zu ihrer Berührung aneinander zu schieben. Bei Zügen, die innerhalb des Streckenabschnittes nicht überholt werden, ist die Mindestzugfolgezeit für den betreffenden Zugfolgefall jeweils am Anfang des Streckenabschnittes abzulesen. Die Berührung der Sperrzeitentrepfen von Zügen, die über den ganzen Streckenabschnitt durchfahren und am Anfang oder Ende nicht halten, kann auch außerhalb des Streckenabschnittes auftreten.

Alle Züge können bei planmäßigen Halten überholt werden, wenn die Bahnhofsanlagen dazu geeignet sind. Durchgangsgüterzüge und langsame Güterzüge können auf allen übrigen geeigneten Überholungsbahnhöfen überholt werden. Dies gilt auch für Schnellgüterzüge, wenn dadurch eine erhebliche Verringerung der Folgeverspätungen erreichbar ist. Bei der Konstruktion der in die verschiedenen Überholungsbahnhöfe führenden Sperrzeitentrepfen ist, wie Bild 17.1 zeigt, vorauszusetzen, dass der überholte Güterzug auf dem rückgelegenen und vorgelegenen Überholungsbahnhof jeweils durchfährt, also nicht zweimal nacheinander überholt wird. Dieser Fall des Springens von Überholung zu Überholung tritt in der Wirklichkeit gelegentlich auf, ist aber gegenüber den Fällen, in denen der überholte Zug nicht von Überholung zu Überholung springt, so selten, dass es falsch wäre, auf diesen Ausnahmefall mittlere Mindestzugfolgezeiten aufzubauen. Als nutzbar für die Überholung sind nur solche Überholungsgleise anzusehen, deren Nutzlängen größer als die durchschnittliche Länge des Modell-Dg sind.

Bei Überholungsgleisen, die nur durch Überqueren des Gleises der Gegenrichtung erreichbar sind, ist eine Verlängerung der Mindestzugfolgezeiten z_{Dg-S} und z_{S-Dg} zu berücksichtigen, wobei hier der Gattungsbegriff "S" für alle schnelleren Züge gilt, die den Dg überholen können. Die Verlängerung der Mindestzugfolgezeit z_{Dg-S} beruht auf folgendem Fahrtverlauf: Der Dg hält am Einfahrtsignal des Überholungsbahnhofes, wenn das Gleis der Gegenrichtung belegt ist. Dabei gerät er durch die Notwendigkeit, ihn zwischen den Betrieb des Nachbargleises einzufädeln, in eine Folge von Belegungen, die einer Warteschlange ähnlich sein können, vor allem dann, wenn die Bahnhofssperrzeiten nur wenig kleiner oder gar größer als die Streckensperrzeiten sind. Die durchschnittliche Bahnhofssperrzeit des

Nachbargleises sei \bar{t}_b . Wenn man nur die Behinderungen ersten Grades ansetzt, so gilt, da der Betrieb auf dem Nachbargleis vorrangig abgefertigt wird, nach [1] Gleichung (42.10) für den durchschnittlichen Wartezuschlag t_{zwe} zur Mindestzugfolgezeit

$$(19.16) \quad t_{zwe} = \frac{(\bar{t}_b + t_e)^2 N_v}{2880}$$

wobei N_v die Anzahl der Züge je Tag auf dem Gleis der Gegenrichtung und t_e die Sperrzeit des Dg bei der Einfahrt vom Einfahrsignal bis zum Halt im Überholungsgleis in Höhe des Ausfahrsignals bedeuten. Bei der Ausfahrt tritt an die Stelle von t_e die Sperrzeit t_a Sie dauert vom Beginn der Fahrwegbildung bis zur Räumung der Fahrstraße durch Überfahren der Fahrstraßenzugschlussstelle durch den Zugschluss und endet mit der Auflösung der Fahrstraße. (vgl. Anlage 19.2)

Bei durchschnittlichen Verhältnissen und elektrischem Betrieb beträgt erfahrungsgemäß der Wartezuschlag bei der Einfahrt eines Durchgangsgüterzuges in ein "falsch" liegendes Überholungsgleis $t_{zwe} = 2,5$ min und der für die Ausfahrt $t_{zwa} = 2,2$ min. Diese Wartezuschläge sind als fiktive Sperrzeiten der Streckensperrzeit des jeweils ersten der an dem Zugfolgefall beteiligten Züge zuzuschlagen (vgl. Anl. 19.2). Bei der Einfahrt in das "falsch" liegende Überholungsgleis ist der zusätzliche Halt am Einfahrsignal bei der Ermittlung der Sperrzeit zu berücksichtigen.

Diese "falsch" liegenden Überholungsgleise werden in der Praxis nur dann benutzt, wenn die Mindestzugfolgezeit z_{Dg-S} bei ihrer Benutzung kleiner ist als die Mindestzugfolgezeit z_{Dg-S} bei Benutzung des nächsten "richtig" liegenden Überholungsgleises. Dieses Prinzip ist auch bei der Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten zu berücksichtigen, um die Betriebsführung so wirklichkeitsnah als möglich abzubilden. Bahnhöfe mit nicht benutzten "falsch" liegenden Überholungsgleisen sind bei der Ermittlung der Mindestzugfolgezeiten nicht als Überholungsbahnhöfe zu betrachten.

Bei der Ausfahrt von überholten Zügen aus den Überholungsbahnhöfen können Streckensperrzeiten auftreten, die größer, aber auch kleiner als die Streckensperrzeiten bei Durchfahrt des überholten Zuges sein können. Die Differenz zwischen den beiden Streckensperrzeiten ist unter Beachtung ihres Vorzeichens der Streckensperrzeit des überholenden Zuges zuzu-

schlagen. Diese Anfahrzeitdifferenzen t_{za} sind im allgemeinen vernachlässigbar klein.

Die Wahl des für die Überholung am besten geeigneten Überholungsbahnhofs hängt ab von der gegenseitigen Lage der Fahrplantrassen, die durch die Pufferzeit und die Einbruchsverspätungen der an dem Zugfolgefall beteiligten Züge gegeben sind. Infolge der Zufälligkeit muss angenommen werden, dass für die Benutzung jedes Überholungsbahnhofes die gleiche Wahrscheinlichkeit besteht. Daher gelten für den Streckenabschnitt als Mindestzugfolgezeit für den Zugfolgefall Dg-S (Fahrt in die Überholung) und für den Zugfolgefall S-Dg (Fahrt aus der Überholung) jeweils das arithmetische Mittel der entsprechenden Mindestzugfolgezeiten.

Zur Erleichterung der praktischen Anwendung kann stellvertretend für dieses Mittel die in beiden Zugfolgefällen größte Mindestzugfolgezeit als maßgebend für den Streckenabschnitt gewählt werden. Der hierbei in Kauf zu nehmende Fehler ist auf Strecken mit wenig unterschiedlichen Überholungsabschnitten gering und liegt auf der sicheren Seite. Zur Ermittlung von z_s sind außerdem auch die Mindestzugfolgezeiten zwischen dem repräsentativen Dg und den übrigen schnelleren Zügen zu ermitteln unter der Voraussetzung, dass der Dg den ganzen Streckenabschnitt ohne Halt durchfährt. (vgl. Abschnitt 17.1).

Nun kann aus den einzelnen Mindestzugfolgezeiten durch Gewichtung über die Häufigkeit der verschiedenen Zugfolgefälle oder über die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens [9] die mittlere Mindestzugfolgezeit \bar{z} und für die genauere maschinelle Rechnung nach Anlage 12.2 auch \bar{z}_g und \bar{z}_v berechnet werden. Der in Kap. 12 beschriebene halbgraphische Weg zur Lösung der Bemessungsgleichung ist für eine breite Anwendung zu arbeitsaufwendig und wird daher nicht weiter verfolgt.

19.2.3.Ermittlung des Pufferzeitquotienten

Zur Ermittlung des Pufferzeitquotienten ist der Übertragungsfaktor

$$(19.17) \quad \ddot{u} = \frac{\bar{z} \cdot N_e}{P}$$

mit

- \bar{z} mittlere Mindestzugfolgezeit über alle Züge
 N_e Anzahl der Züge mit Einbruchsverspätung im Bezugszeitraum T
 P Summe aller Einbruchsverspätungen des betrachteten Verkehrsstromes im Bezugszeitraum

oder

$$(19.18) \quad \ddot{u} = \frac{\bar{z}}{p_m}$$

mit

- p_m Summe aller Einbruchsverspätungen geteilt durch die Anzahl aller Züge mit Einbruchsverspätungen im Bezugszeitraum

zu bilden. Dann ist die zulässige Summe der Folgeverspätungen P_{Fzul} zu wählen. Nach den bisherigen Erfahrungen ist bei $P_{Fzul} = 216 \text{ min/Tag}^{***}$ entsprechend einer mittleren Länge der Warteschlange, also Stau durch Folgeverspätungen, von $l_w = 0,15$ ein flüssiger Betrieb zu erwarten. Dieses Qualitätsmaß bedeutet, dass im Durchschnitt nach mehr als 100 Zugfahrten nur einmal eine Warteschlange von mehr als zwei wartenden Zügen aufläuft und im Durchschnitt nur 0,15 Züge in der Warteschlange an irgendeiner Stelle des Streckenabschnittes gleichzeitig warten. Dadurch erhält man aus Gleichung (12.1) für

$$(19.19) \quad H = 0,15 \frac{1}{\left(g - \frac{g^2}{2}\right)}$$

oder

$$H = \frac{0,3}{2g - g^2}$$

***) Anmerkung zur 2. Auflage:

Bei der Umsetzung in die Richtlinie R 405 wurde dieser Wert vereinfacht zu 200 min/Tag. Später wurde er neu in Abhängigkeit vom Anteil der Reisezüge geeicht.

Der Flüssigkeitsgrad $H = f(P_{Fzul}, g)$ kann auch aus dem Nomogramm Bild 12.2 abgelesen werden.

Bei der Bemessung negativ-exponential verteilter Pufferzeiten sind nun in Anlage 19.3 aus der Spalte für H in der Zeile für \ddot{u} die Werte q_0 und q_1 zu entnehmen. Daraus ergibt sich nach (19.7) die erforderliche mittlere Pufferzeit. Das gleiche Verfahren gilt für die Bemessung konstanter Pufferzeiten. Dort sind q_{c0} und q_{c1} aus Anlage 19.4 zu entnehmen und in Gleichung (19.11) einzusetzen. Da beide Gleichungen die gleiche Form haben, gilt für negativ-exponential verteilte Pufferzeiten

$$(19.20) \quad \bar{r}_{erf} = \bar{z} \left[q_0 - w_g (q_0 - q_1) \right]$$

und für konstante Pufferzeiten

$$(19.20a) \quad \bar{r}_{erf} = \bar{z} \left[q_{c0} - w_g (q_{c0} - q_{c1}) \right]$$

Vor der Ablesung sind \ddot{u} und H auf zwei Stellen hinter dem Komma kaufmännisch aufzurunden oder die Werte für q linear zu interpolieren.

Bei der graphischen Ermittlung ist durch den Wert H auf beiden Listen der Abszisse eine Parallele zur Ordinate zu legen. Durch den Schnittpunkt dieser Geraden mit den Kurven von \ddot{u} , die gegebenenfalls zu interpolieren sind, werden Parallelen zur Abszisse gelegt. Ihre Schnittpunkte mit den Ordinaten für $w_g = 0$ und $w_g = 1$ werden verbunden. Am Schnittpunkt dieser Verbindung mit dem Wert von w_g im w_g -Raster kann dann q_{erf} abgelesen werden. Das Ableseverfahren ist für die Bemessung negativ-exponential verteilter und konstanter Pufferzeiten gleich.

Der Pufferzeitquotient q_{erf} für negativ-exponential verteilte Pufferzeiten ist aus Anlage 19.5, jener für konstante Pufferzeiten aus Anlage 19.6 zu entnehmen.

Daraus ergibt sich als erforderliche mittlere Pufferzeit

$$(19.21) \quad \bar{r}_{erf} = \bar{z} \cdot q_{erf}$$

und als erforderliche konstante Pufferzeit

$$(19.22) \quad r_{cerf} = \bar{z} \cdot q_{cerf}$$

Da die Bemessung der Pufferzeiten nach den in Kap. 17 behandelten Randbedingungen

- Begrenzung der Häufigkeit von Dg-Überholungen
- Beförderungsqualität des Fahrplans
- Bündelung der Züge

in der Praxis im allgemeinen unterbleiben wird und in Kap 17 einschließlich eines Beispiels dargestellt ist, wird hier nicht mehr näher darauf eingegangen.

19.3. Berechnung der Streckenleistungsfähigkeit

Es werden folgende Arten der Streckenleistungsfähigkeit unterschieden:

N_{zul} Streckenleistungsfähigkeit [Züge/T]

N_{min} Mindestleistungsfähigkeit [Züge/T]

N_{zuleB} eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen baulicher Unterhaltungsarbeiten

N_{zuleN} eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen Nachtruhe

N_{zulst} Leistungsfähigkeit in der Spitzenstunde

N_{Sto} Stundenleistungsfähigkeit ohne Pufferzeiten

19.3.1. Streckenleistungsfähigkeit

Die Streckenleistungsfähigkeit N_{zul} gibt die Anzahl der Züge an, die aufgrund der Mindestzugfolgezeiten unter Berücksichtigung der planmäßigen Reihenfolge der Züge (Mischung der Zugfolgefälle), der wechselnden Bündelung der Züge nach Richtung und Dichte, der Rangordnung der Züge, der streckentypischen Verspätungen und eines einheitlichen Qualitätsmaßstabes den Streckenabschnitt in 24 Stunden ($T = 1440$ min) durchfahren können. Sie ergibt sich aus

$$(19.23) \quad N_{zul} = \frac{T}{\bar{z} + \bar{r}_{erf}}$$

19.3.2. Mindestleistungsfähigkeit

Die Mindestleistungsfähigkeit N_{min} entspricht der Streckenleistungsfähigkeit N_{zul} unter ungünstigsten Betriebsverhältnissen. Sie geht davon aus, dass Häufigkeit und Größe der Einbruchsverspätungen so groß werden, dass die Züge zufällig verteilt am Beginn des Streckenabschnittes eintreffen. Der hierfür gültige Pufferzeitquotient kann aus Bild 17.3 entnommen werden, aber auch für $\ddot{u} = 0$ aus den Anlagen 19.3 bis 19.6 ermittelt werden. Für die Mindestleistungsfähigkeit gilt als Bemessungskriterium die gleiche Summe der Folgeverspätungen wie für die Streckenleistungsfähigkeit.

19.3.3 Eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen baulicher Unterhaltungsarbeiten

Die Berechnung der durch bauliche Unterhaltung eingeschränkten Leistungsfähigkeit N_{zuleB} ist in Abschnitt 16.2 in einer für die praktische Anwendung geeigneten Weise behandelt und wird daher hier nicht weiter ausgeführt.

19.3.4. Eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen Nachtruhe

Bei der Berechnung der eingeschränkten Leistungsfähigkeit N_{zuleN} wegen Nachtruhe wird davon ausgegangen, dass die Nachtruhe nur im Bereich einer Häufung großer Pufferzeiten eingerichtet werden kann. Zuerst wird hierzu die Streckenleistungsfähigkeit N_{zul} berechnet. Dann wird aus Tafel 16.4 für die Dauer der beabsichtigten Nachtruhe T_c jene Anzahl k_I Züge entnommen, die in diese Nachtruhe fallen würden und deshalb ausgelegt oder umgeleitet werden müssen. Damit wird

$$(19.24) \quad N_{zuleN} = N_{zul} - k_I (T_c, N_{zul})$$

Liegt N_{zul} zwischen den Tafelwerten, so ist k_I für den nächstgrößeren Tafelwert von N_{zul} abzulesen. Die Gleichung (19.24) gilt exakt für zweigleisige Strecken (Einrichtungsbetrieb). Für eingleisige Strecken bedeutet sie gegenüber der genauen Berechnung nach der Bündelung der Pufferzeiten (Abschn. 16.1.2.) eine Näherung.

19.3.5 Leistungsfähigkeit in der Spitzenstunde

Wenn \bar{z} und \bar{r} bekannt sind, kann aus Bild 15.1 die Stundenleistungsfähigkeit in der Spitzenstunde N_{zulst} entnommen werden.

19.3.6. Stundenleistungsfähigkeit ohne Pufferzeiten

Die Stundenleistungsfähigkeit N_{Sto} ohne Pufferzeiten stellt die Bedienungsrate der Bedienungsstelle "Streckenabschnitt" dar. Da sie keine Pufferzeiten enthält, kann sie nur über ganz kurze Dauer zur Abfuhr eines bereits aufgelaufenen Staus aufrecht erhalten werden. Sie kann bestenfalls erreicht, aber nie überschritten werden. Sie ist definiert durch

$$(19.25) \quad N_{Sto} = \frac{60}{\bar{z}} [\text{Züge/Stunde}]$$

20. Zusammenfassung der Ergebnisse

Wenn die Pufferzeiten negativ-exponential verteilt oder konstant sind, lässt sich durch die Gleichsetzung eines Streckenabschnittes mit einer Bedienungsstelle, deren Bedienungszeit die Mindestzugfolgezeit ist, die Summe der Folgeverspätungen je Tag berechnen. Legt man diese Summe der Folgeverspätungen, die proportional zur mittleren Länge der Warteschlange ist, als Maßstab für die Betriebsflüssigkeit fest, so kann man danach die erforderlichen Pufferzeiten bemessen. Das hier vorgestellte Verfahren liefert als einziges die Abhängigkeit der praktischen Leistungsfähigkeit von den Infrastrukturparametern, den Fahrzeugdaten und der Pünktlichkeit. Alle anderen Verfahren für Leistungsuntersuchungen weisen den Zusammenhang zwischen Leistungsverhalten und Betriebsflüssigkeit in Form der

Folgeverspätungen nicht durch Wahrscheinlichkeitsrechnungen mathematisch gesichert aus.

Bei negativ-exponential verteilten Pufferzeiten kann über die Wahrscheinlichkeit der Häufung kleiner Pufferzeiten auf die Streckenleistungsfähigkeit in der Spitzenstunde geschlossen werden. Die Häufung großer Pufferzeiten wird zur Ermittlung der Leistungsfähigkeitseinbußen durch Nachruhe und "Fahrplanschneisen" verwendet.

Neben dem Qualitätsmaßstab der Betriebsflüssigkeit werden als Randbedingungen noch die Qualitätsmaßstäbe der Begrenzung der Häufigkeit von Dg-Überholungen, der im Fahrplan enthaltenen Wartezeiten (Beförderungsqualität) und der Stärke der täglich einmal auftretenden dichtesten Zugbündel (Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung) eingeführt.

Das Verfahren eignet sich zum Nachweis verschiedener Einflüsse auf die Streckenleistungsfähigkeit. Solche Einflüsse sind unmittelbar die geforderte Betriebsflüssigkeit, Häufigkeit und Durchschnitt der Einbruchverspätungen, die Art der Verteilung der Pufferzeiten (negativ-exponential oder konstant), die durchschnittliche Größe der Toleranzen (im wesentlichen Regelzuschläge zu den reinen Fahrzeiten), der Gleichrangigkeitsgrad, die Begrenzung der Häufigkeit von Dg-Überholungen, die Beförderungsqualität (im Fahrplan enthaltene Wartezeiten) die Schwierigkeit der Fahrplanbearbeitung, die Dauer von Nachruhen, die betrieblichen Auswirkungen baulicher Unterhaltungsarbeiten (Dauer von Sperrpausen und Breite von Fahrplanschneisen) und die Mindestzugfolgezeiten. Durch die Mindestzugfolgezeiten werden mittelbar die Einflüsse der Fahrplanelemente, des Mischungsverhältnisses der Zuggattungen und der Möglichkeiten zum Wechseln der Reihenfolge (Lage und Abstand der geeigneten Überholungsbahnhöfe) auf die Leistungsfähigkeit der Strecken erfasst.

Die Übertragung von Verspätungen kann nicht ausgeschlossen werden, und da ein verspätungsfreier Betrieb nicht erreichbar ist, werden stets Folgeverspätungen auftreten. Die Pufferzeiten können die Verspätungsübertragung nur dämpfen, sie können aber keine Verspätungen abbauen. Den Verspätungsabbau bewirken die Toleranzen (Fahrzeitreserven, wegfallende Überholungen) als Unterschied zwischen den planmäßigen und tatsächlichen Beförderungszeiten der Züge im Streckenabschnitt. Obwohl man die Pufferzeiten in Abhängigkeit von den mittleren Folgeverspätungen so bemessen kann, dass durch den Verspätungsabbau der Zuwachs an Unpünkt-

lichkeit begrenzt wird, so eignet sich doch die Summe der Folgeverspätungen besser als Qualitätskriterium, da sie proportional zu den Stauerscheinungen ist und damit die Betriebsflüssigkeit erfasst.

Es ist zu hoffen, dass es in Zukunft gelingt, mathematische Lösungen für das Zusammenwirken mehrerer hintereinandergeschalteter Bedienungsstellen zu entwickeln. Die Schwierigkeit dieses Problems liegt in der Mischung von Ereignissen, die teils neu in das System eintreten, teils ausscheiden. Erst wenn dann auch noch die Verspätungsübertragung von Streckenabschnitt zu Streckenabschnitt in gleicher Weise gelöst ist, lassen sich auch Angaben über die Wartezeitsummen und Summen der Folgeverspätungen in ganzen Netzteilen oder über lange Strecken machen, durch die dann Entscheidungen über die Wirtschaftlichkeit von Maßnahmen zur Erhöhung der Leistungsfähigkeit erleichtert werden können.

Für die Ermittlung der Leistungsfähigkeit von Strecken ist die Gleichsetzung des Streckenabschnittes mit einer unabhängigen Bedienungsstelle die treffendste Modellvorstellung. Man kann ein Streckennetz mit einer Bandförderanlage vergleichen. Deren Förderleistung in Tonnen je Tag entspricht der Leistungsfähigkeit einer langen Strecke. Zwischengeschaltete Silos entsprechen in ihrer Wirkung den Knotenbahnhöfen. Mehrere hintereinandergeschaltete Förderbänder sind die Strecke und jedes Band repräsentiert einen Streckenabschnitt. Die Leistungsfähigkeit jedes Bandes kann nur gemessen werden, wenn man es an einen Silo anschließt. Im Verbund, besonders wenn das untersuchte Band an ein Band mit erheblich geringerer Leistungsfähigkeit anschließt, ist die Fördermenge (Anzahl der Züge) zu gering um auf die Leistungsfähigkeit des Systems schließen zu können. Daher ist bei jedem Streckenabschnitt zu unterstellen, dass die verspäteten Züge entsprechend ihrer Verspätung neu eingereiht werden müssen.

Eine *praktische Leistungsfähigkeit mit vollem Verspätungsausgleich* ist als Optimum gegeben, wenn die Toleranzen groß genug sind, um so viele Verspätungen zu tilgen wie Folgeverspätungen übertragen werden. Wenn man immer mehr Folgeverspätungen zulässt, steigt die praktische Leistungsfähigkeit der Strecke auf Kosten einer sinkenden Betriebsqualität an. Dabei stehen sinkenden Kosten der Infrastruktur je Zugfahrt steigende zeitabhängige Kosten je Zugfahrt infolge steigender Wartezeiten im Fahrplan und durch Folgeverspätungen gegenüber. Wenn die Wartezeitkosten so hoch werden, dass der Bau einer Entlastungsstrecke wirtschaftlicher wird, ist eine *wirtschaftliche Leistungsfähigkeit* erreicht, bei der aber wegen der

hohen Baukosten neuer Strecken ein stockender Betrieb und das Ansehen des Unternehmens schädigende Unpünktlichkeit auftreten können. Zwischen diesen beiden Extremen liegen praktische Leistungsfähigkeiten, die sich aus der Anwendung von Pufferzeiten ergeben, die nach der Betriebsflüssigkeit - als deren Maßstab die Summe der Folgeverspätungen betrachtet wird - bemessen sind.

Stets wird es eine Entscheidung der Unternehmensführung der Eisenbahn sein, welche Qualitätsnormen für die Produktion gelten sollen. Durch die Bemessung der Pufferzeiten nach der Betriebsflüssigkeit wird erstmals ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Pünktlichkeit und der praktischen Leistungsfähigkeit von Strecken hergestellt.

Das hier entwickelte Bemessungsverfahren ist Bestandteil der Richtlinien R 405 der DB für die Ermittlung der Leistungsfähigkeit von Strecken der Deutschen Bundesbahn. Diese Richtlinien wurden vom Verfasser im wesentlichen aus diesem Verfahren zur Bemessung der Pufferzeiten entwickelt. Das teilweise graphische Näherungsverfahren ist nur so lange praxisrelevant, wie EDV-Verfahren hierfür nicht allgemein verfügbar sind.

In der Richtlinie R 405 mussten, um Überschneidungen mit anderen Richtlinien der DB zu vermeiden, teilweise abweichende Kurzbezeichnungen gewählt werden. So wurde dort die praktische Leistungsfähigkeit N_{zul} in „Fahrplannennleistung“ L umbenannt. Als Leistungsfähigkeit wird in der R 405 die theoretische Leistungsfähigkeit ohne Pufferzeiten bezeichnet, die keinen Zusammenhang mit den Stauerscheinungen und der Betriebsqualität herstellt und deshalb nicht für die Ermittlung der zulässigen Zugzahlen geeignet ist. Für den Verspätungsgrad g , der die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Einbruchsverspätungen darstellt, wurde w_e gesetzt.

Von der „Arbeitsgemeinschaft zur Ermittlung von Bemessungsverfahren im Betriebsdienst“ der DB wurde eine Reihe von Beispielen durchgerechnet, um die praktische Anwendbarkeit des Verfahrens zu prüfen. Die dabei ermittelten praktischen Streckenleistungsfähigkeiten lagen in der Größenordnung der bisher gültigen, nach Erfahrungswerten (z.B. Dilli) festgesetzten Streckenleistungsfähigkeiten. Bei Strecken mit großen mittleren Mindestzugfolgezeiten und großen Einbruchsverspätungen ergaben sich etwas kleinere Streckenleistungsfähigkeiten als nach den bisher verwendeten Verfahren (vgl. Bild 17.5).

Zusatz zur 2. Auflage von 2015:

Das entsprechende EDV-Verfahren ist unter der Bezeichnung STRELE im Programmpaket SLS enthalten. Ergänzt wird dieses analytische Verfahren STRELE durch das von Schultze¹ entwickelte EDV-Simulationsverfahren STRESI zur Simulation der Fahrplanerstellung und des Betriebsablaufes auf Strecken, welches auf den gleichen theoretischen Grundlagen beruht und dessen Aussagen daher mit denen der auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung beruhenden analytischen Rechnung kompatibel sind.

Das Rechnerprogramm SLS und SLS Plus, für „Simulation und Leistungsverhalten von Strecken“ ist für Hochschulen, Beratungsunternehmen oder Kommunen für räumlich beschränkte oder weltweite Anwendung (auch in englischer Sprache) verfügbar. Es ist auch zur kompletten Fahrplanbearbeitung auf dem Rechner geeignet und mit einer ausführlichen Dokumentation mit Lehrbuchcharakter versehen (weitere Informationen bei: Schultze + Gast Ingenieure unter http://www.s-g-ingenieure.de/html/sls_plus.html oder beim Verfasser).

¹ Schultze, Kurt: Modell für die asynchrone Simulation des Betriebes in Teilen des Eisenbahnnetzes, Dissertation RWTH Aachen 1985, Veröffentlichungen des Verkehrswissenschaftliche Institutes der RWTH Aachen, Heft 38

Zusammenstellung der verwendeten Kurzbezeichnungen

1. Bezeichnungen für Summen

1.1. Summen von Zügen

N	Anzahl der Züge je Tag
N_{zul}	Zulässige Anzahl der Züge je Tag, Leistungsfähigkeit
N_{min}	Mindestleistungsfähigkeit bei völlig unplanmäßigem Betrieb ohne Einbußen an Betriebsflüssigkeit
N_{zuleB}	Eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen baulicher Unterhaltungsarbeiten
N_{zuleN}	Eingeschränkte Leistungsfähigkeit wegen Nachtruhe
N_{zulst}	Leistungsfähigkeit in der Spitzenstunde
N_{Sto}	Leistungsfähigkeit ohne Pufferzeiten
N_p	Anzahl der Züge je Tag mit Einbruchsverspätung
N_g	Anzahl der gleichrangigen Zugfolgefälle je Tag
N_b	Anzahl der je Tag in einen Bündel bestimmter Dauer enthaltenen Züge
N_{Izul}	Leistungsfähigkeit der Strecke in Richtung der Kilometrierung
N_{2zul}	Leistungsfähigkeit der Strecke in Gegenrichtung zur Kilometrierung
N_{Izul}	Leistungsfähigkeit des Streckenabschnittes in der Summe beider Richtungen im Einrichtungsbetrieb
N_{IIzul}	Leistungsfähigkeit des Streckenabschnittes in der Summe beider Richtungen im Zweirichtungsbetrieb

N_{Dg}	Anzahl der Durchgangsgüterzüge je Tag
N_{Ng}	Anzahl langsamerer Züge als Dg je Tag
N_S	Anzahl schnellerer Züge als Dg je Tag
N_w	Anzahl der täglich einmal in eine Warteschlange bestimmter Länge geratenden Züge
N_v	Anzahl der Züge auf dem Gleis der Gegenrichtung je Tag
N_{pF}	Anzahl der Züge je Tag mit Folgeverspätung

1.2. Summen von auf den Tag bezogenen Zeiten

T	1440 Minuten je Tag
T_b	Dauer eines Bündels je Tag
T_c	Dauer einer Sperrpause je Tag
T_w	Summe der Wartezeiten je Tag an einer Bedienungsstelle mit konstanten Bedienungszeiten
B	Belegungszeitsumme, Summe aller Mindestzugfolgezeiten in 24 Stunden
B_{II}	Belegungszeitsumme im Zweirichtungsbetrieb
R	Summe einer bestimmten Anzahl aufeinanderfolgender Pufferzeiten
P	Summe aller Einbruchsverspätungen je Tag
P^*	Summe der Einbruchsverspätungen je Tag unter Einschluss der Ausreißer
P_B	tägliche Behinderungszeitsumme nach der Behinderungstheorie

- P_{I2} Behinderungszeitsumme je Tag auf Fahrweg 1 infolge Überschneidung mit Fahrweg 2
- P_F Summe der Folgeverspätungen je Tag und Streckenabschnitt
- P_{F1} Summe aller Folgeverspätungen ersten Grades je Tag
- P_{Fc} Summe der Folgeverspätungen je Tag bei konstanten Pufferzeiten
- P_{Fcs} Summe der Folgeverspätungen je Tag bei konstanten Pufferzeiten und starrer Reihenfolge der Züge
- P_{Fzul} Summe der zulässigen Folgeverspätungen je Tag bei negativ-exponential verteilten Pufferzeiten, Maßstab für die Betriebsflüssigkeit
- P_{Fczul} Summe der zulässigen Folgeverspätungen bei konstanten Pufferzeiten

2. **Wahrscheinlichkeiten**

- w_p Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Einbruchsverspätung von p Minuten
- w_r Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Pufferzeit von r Minuten
- w_s Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Zugfolgefällen langsam-schnell (Dg-Überholungen)
- w_{Dg} Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Durchgangsgüterzügen
- w_D Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Zügen, die Dg überholen können
- w_{Ng} Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Zügen, die von Dg überholt werden können

- w_b Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Bündels bestimmter Dauer
- w_{bk} Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Bündels kurzer aufeinander folgender Pufferzeiten bis zu einer bestimmten Gesamtdauer R
- w_{bl} Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Bündels langer aufeinander folgender Pufferzeiten ab einer bestimmten Gesamtdauer R
- g Verspätungsgrad, Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Einbruchsverspätung beliebiger Größe, geschätzt über den Anteil der Züge mit Einbruchsverspätung, auch als w_e bezeichnet
- σ Überschreitungswahrscheinlichkeit für eine Anzahl gleichzeitig wartender Züge

3. Einzelzeiten

3.1. Mindestzugfolgezeiten

- z Mindestzugfolgezeit, größtmögliche zwischen zwei gleichrangigen Zügen übertragbare Folgeverspätung, Bedienungszeit der Bedienungsstelle „Streckenabschnitt“
- z_m Mittlere Zugfolgezeit als Summe aus einer Mindestzugfolgezeit und einer Pufferzeit
- z_1 Mindestzugfolgezeit zwischen einem planmäßig ersten Zug und einem planmäßig folgenden Zug
- z_2 Mindestzugfolgezeit bei vertauschter Reihenfolge zwischen dem planmäßig zweiten Zug und dem planmäßig ersten Zug
- z_s Differenz zwischen den Mindestzugfolgezeiten eines D_g , der über eine gewünschte Entfernung ohne Überholung durchfährt gegenüber einem ihm folgenden schnelleren Zug und eines D_g , der in jedem Überholungsbahnhof überholt werden kann gegenüber einem ihm folgenden schnelleren Zug

- \bar{z} Mittlere Mindestzugfolgezeit
- \bar{z}_g Mittlere Mindestzugfolgezeit der gleichrangigen Zugfolgefälle
- \bar{z}_v Mittlere Mindestzugfolgezeit der ungleichrangigen Zugfolgefälle
- z_c konstante Mindestzugfolgezeit bei S-Bahnen, Bedienungszeit bei S-Bahnen
- z_f Theoretische Zugfolgezeit bei S-Bahnen als Summe aus Zugwechselzeit und Aufenthaltszeit
- z^* Fiktive Abfahrtsabstände, Ankunftsabstände am Beginn des Streckabschnittes

3.2. Zeitelemente, Sperrzeiten

- \bar{t}_b Mittlere Bahnhofssperrzeit
- t_e Bahnhofssperrzeit eines Dg bei der Einfahrt in ein "falsch" liegendes Überholungsgleis
- t_a Bahnhofssperrzeit eines Dg bei der Ausfahrt aus einem "falsch" liegenden Überholungsgleis
- t_{zwe} Wartezuschlag für die Überquerung des Gleises der Gegenrichtung bei *Einfahrt* in ein "falsch" liegendes Überholungsgleis
- t_{zwa} Wartezuschlag für die Überquerung des Gleises der Gegenrichtung bei *Ausfahrt* aus einem "falsch" liegenden Überholungsgleis
- t_{za} Sperrzeitdifferenz zwischen durchfahrenden und anfahrenden Dg

4. **Verspätungen**

4.1 Wartezeiten

- t_{wG} Mittlere Wartezeit nach der Warteschlangentheorie bei beliebiger (general) Bedienung

t_w Mittlere Wartezeit nach der Warteschlangentheorie bei konstanter Bedienung

t_{ww} Mittlere Wartezeit der wartenden Einheiten nach der Warteschlangentheorie

t_{wl} Mittlere Wartezeit aus Behinderungen ersten Grades

t_{wh} Mittlere Wartezeit aus Behinderungen höheren Grades (Behinderungen durch bereits behinderte Züge)

4. 2. Einbruchsverspätungen

p Einbruchsverspätung bestimmter Größe

\bar{p} Durchschnittliche Einbruchsverspätung über alle Züge

p_m Mittlere Einbruchsverspätung der Züge mit Einbruchsverspätung

m Kehrwert der mittleren Einbruchsverspätung

p_1 Einbruchsverspätung des planmäßig ersten Zuges

p_2 Einbruchsverspätung des planmäßig zweiten Zuges

p_m^* Mittlere Einbruchsverspätung unter Einschluss der Ausreißer

p_a Grenzwert für Ausreißer der Einbruchsverspätungen

4.3. Folgeverspätungen

p_f Einzelne Folgeverspätung ersten Grades

p_{flg} Folgeverspätung des ersten Zuges bei Gleichrang mit dem zweiten Zug

p_{f2g} Folgeverspätung des zweiten Zuges bei Gleichrang mit dem ersten Zug

p_{f1v} Folgeverspätung des ersten Zuges bei Vorrang des zweiten Zuges

p_{f2v} Folgeverspätung des zweiten Zuges bei Vorrang des ersten Zuges

\bar{p}_{ufg} Erwartungswert der Folgeverspätung, die zwischen zwei gleichrangigen, einander planmäßig folgenden Zügen in Abhängigkeit von deren Zeitunterschied u übertragen wird.

\bar{p}_{fgp} Erwartungswert der Folgeverspätung, die zwischen zwei gleichrangigen, einander im Fahrplan unmittelbar folgenden Zügen übertragen wird, wenn der zweite Zug ebenfalls negativ-exponential verteilte Verspätungen mitbringt

\bar{p}_{fgo} Erwartungswert der Folgeverspätung, die zwischen zwei gleichrangigen, einander im Fahrplan unmittelbar folgenden Zügen übertragen wird, wenn der zweite Zug keine Verspätungen mitbringt

\bar{p}_{fg} Erwartungswert der Folgeverspätung, die zwischen zwei gleichrangigen, einander im Fahrplan unmittelbar folgenden Zügen übertragen wird

\bar{p}_{fv2} Erwartungswert der Folgeverspätung, die ein zweiter, dem ersten im Fahrplan unmittelbar folgender Zug erhält, wenn der erste Zug Vorrang hat

\bar{p}_{fv1} Erwartungswert der Folgeverspätung, die ein erster, dem zweiten im Fahrplan unmittelbar vorausfahrender Zug erhält, wenn der zweite Zug Vorrang hat

\bar{p}_{f1} Erwartungswert der Folgeverspätung, die zwischen zwei einander im Fahrplan unmittelbar folgenden Zügen unter Berücksichtigung der Einbruchsverspätungen, der Rangordnungsverhältnisse und der Verteilung der Pufferzeiten übertragen wird.

\bar{p}_{F1} Erwartungswert der Folgeverspätung ersten Grades

\bar{p}_{F1g} Erwartungswert der Folgeverspätung ersten Grades bei Gleichrang aller Züge und der mittleren Mindestzugfolgezeit als Bedienungszeit

\bar{p}_{F1hg} Erwartungswert der Folgeverspätung höheren Grades bei Gleichrang aller Züge

\bar{p}_F Erwartungswert der Folgeverspätung (mittlere F.)

4.4. Sonstige

p_t Durch Toleranz getilgte Verspätung

\bar{p}_t Erwartungswert der Restverspätung nach der teilweisen Tilgung durch Toleranzen (mittlere Restverspätung)

\bar{p}_z Erwartungswert der Zuwachsverspätung (mittlere Zuwachsverspätung)

\bar{p}_{Fzul} Mittlere Folgeverspätung, die im Zusammenhang mit der Verspätungstilgung als zulässig betrachtet wird.

4.5. Pufferzeiten und Pufferzeitquotienten

r Pufferzeit

u Effektive Pufferzeit, Summe aus Pufferzeit r und Einbruchsverspätung p_2 des zweiten Zuges

r_t Toleranz, Verspätung aufholender Teil von r

\bar{r} Mittlere Pufferzeit

r_c Konstante Pufferzeit

\bar{r}_{erf} Erforderliche mittlere Pufferzeit zur Gewährleistung einer bestimmten Betriebsflüssigkeit, als deren Maßstab die Summe der Folgeverspätungen gilt

- $\bar{r}_{erf(s)}$ Zur Begrenzung der Dg-Überholungen erforderliche mittlere Pufferzeit
- $\bar{r}_{erf(w)}$ Zur Gewährleistung der Beförderungsqualität des Fahrplans erforderliche mittlere Pufferzeit
- $\bar{r}_{erf(b)}$ Zur Berücksichtigung der Bündelung der Züge erforderliche mittlere Pufferzeit (Schwierigkeit der Fahrplankonstruktion)
- r_{cerf} Erforderliche konstante Pufferzeit
- q Pufferzeitquotient
- q_{erf} Zur Gewährleistung der Betriebsflüssigkeit erforderlicher Pufferzeitquotient
- $q_{erf(w)}$ Zur Gewährleistung der Beförderungsqualität des Fahrplans erforderlicher Pufferzeitquotient
- $q_{erf(b)}$ Zur Berücksichtigung der Bündelung der Züge erforderlicher Pufferzeitquotient
- q_{cerf} Erforderlicher Pufferzeitquotient bei konstanten Pufferzeiten
- q_0 Pufferzeitquotient bei völliger Ungleichrangigkeit der Zugfolgefälle
- q_1 Pufferzeitquotient bei völligem Gleichrang der Zugfolgefälle
- 5. Hilfsgrößen**
- a Koeffizient der Verspätungsverteilung
- h Theoretische Häufigkeit von Ereignissen je Klasse
- f Beobachtete Häufigkeit von Ereignissen je Klasse
- n Freiheitsgrad beim χ^2 -Test

C	Von u unabhängiger Teil der Grundgleichungen
K	Von r unabhängiger Teil der Gl. (7.5)
ρ	Belegungsgrad der Bedienungsstelle Streckenabschnitt
λ	Ankunftsrate bei der Warteschlangentheorie
l_w	Mittlere Länge der Warteschlange
n_w	Anzahl gleichzeitig wartender Einheiten, die nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit σ erreicht oder überschritten wird
n_1	Anzahl der Züge auf Fahrweg 1
n_2	Anzahl der Züge auf Fahrweg 2
X_0	Hilfsfunktion
X_v	Hilfsfunktion
X_g	Hilfsfunktion
F_1	Hilfsfunktion
F_2	Hilfsfunktion
Y	Hilfsfunktion
I	Hilfsfunktion
i	laufende ganzzahlige Variable
α	Verhältnis zwischen Bündeldauer und Mittelwert
δ	Hilfsvariable für die Summe der Variablen x und y
a_{II}	Anteil der Dauer des Zweirichtungsbetriebes an der Dauer des Tages

a_b	Anteil der Dauer eines Bündels von Pufferzeiten an der Summe aller Pufferzeiten je Tag
m	Kehrwert der mittleren Einbruchsverspätung p_m
M	Anzahl der Klassen bei statistischen Auswertungen
φ	Verhältnis der Folgeverspätungen höheren Grades zu den Folgeverspätungen ersten Grades
S	Statistische Sicherheit
H	Flüssigkeitsgrad
H_c	Flüssigkeitsgrad bei konstanten Pufferzeiten
H_{cs}	Flüssigkeitsgrad bei konstanten Pufferzeiten ohne Möglichkeit des Wechsels der Reihenfolge
H_{cb}	Flüssigkeitsgrad bei konstanten Pufferzeiten mit beschränkter Möglichkeit des Reihenfolgewechsels
H_0	Flüssigkeitsgrad bei negativ-exponential verteilten Pufferzeiten und völliger Ungleichrangigkeit
H_1	Flüssigkeitsgrad bei negativ-exponential verteilten Pufferzeiten und völliger Gleichrangigkeit
j	Schwierigkeitsgrad; Verhältnis der mittleren Einbruchsverspätung zur konstanten Pufferzeit
b_k	Klassenbreite bei statistischen Tests
ϑ	Neigung der Entleerungsgeraden der Einfahrgruppe eines Rangierbahnhofes, identisch mit dem Belegungsgrad der Ablaufanlage
k	Anzahl der zwischen zwei Ereignisse fallenden weiteren Ereignisse

- k_I Anzahl der bei lockerster Bündelung und Poisson-verteilten An-
kunftsabständen im Durchschnitt wahrscheinlich einmal täglich
eintreffenden Züge in einem bestimmten Zeitraum
- k_{II} Anzahl der bei dichtester Bündelung und Poisson-verteilten An-
kunftsabständen in einem bestimmten Zeitraum im Durchschnitt
wahrscheinlich einmal täglich eintreffenden Züge
- n_{II} Anzahl der nach dem Betriebsfahrplan während der Dauer des
Zweirichtungsbetriebes zu fahrenden Züge
- $l_{üf}$ Durchschnittliche gewünschte überholungsfreie Laufweite der Dg
- \ddot{u} Übertragungsfaktor, Verhältnis der mittleren Mindestzugfolgezeit
zur mittleren Einbruchsverspätung
- j_k Kehrwert des Wertes k der Erlang-Verteilung
- ζ Parameter der überzufälligen negativen Exponentialverteilung
- \underline{r} Korrelationskoeffizient

Quellenverzeichnis

- [1] **Potthoff**
Verkehrsströmungslehre Bd. 1
Transpress, VEB Verlag für Verkehrswesen Berlin
- [2] **Deutsche Bundesbahn**
Sonderheft Vorschrift für Baubetriebsplanung, Betra und La (BBL)
DV 406/II
- [3] **Brettmann**
Ergebnis der Sonderuntersuchung „Die Verspätungen auf der ein-
gleisigen Strecke Bad Schwartau-Puttgarden und ihr Einfluss auf
die Leistungsfähigkeit dieser Strecke in Abhängigkeit von der Stre-
ckenlänge“
Folgerungen für die Untersuchung anderer eingleisiger Strecken
und das Problem der Leistungssteigerung
Umdruck zur 14. Betriebsleiterbesprechung der Deutschen Bun-
desbahn
- [4] **Hütte**
Mathematische Formeln und Tafeln
Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1959
- [5] **Linder**
Statistische Methoden
Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart 1964
- [6] **Dilli**
Ihre Majestät die Toleranz: Ein Vorstoß in das Grenzgebiet der
Leistungsfähigkeit der Eisenbahn
Eisenbahntechnische Rundschau, H 1 und 2 / 1952
- [7] **Zwernemann**
Verfahren zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit zweigleisiger
Strecken durch Berechnung der Mindestzugfolgezeiten

- [8] ***Dilli***
Der wandernde Engpass und sein Gefolge
Eisenbahntechnische Rundschau, Hefte 1 und 2 / 1954
- [9] ***Kracke***
Stehende und fliegende Kreuzungen auf eingleisigen Hauptbahnen
in betrieblicher und. wirtschaftlicher Hinsicht
Archiv für Eisenbahntechnik, Folge 21 / 1966
- [10] ***Krell***
Beitrag zur Theorie der Zeitlücken und deren Bedeutung für die
Leistungsfähigkeit von Straßen und Knoten
Dissertation, TH Darmstadt 1956
- [11] ***Potthoff***
Die Bedienungstheorie im Verkehrswesen, 2. Auflage
Transpress, VEB Verlag für Verkehrswesen Berlin
- [12] ***Hochsteiner***
Sechsstellige Tafeln der Poisson-Funktion
Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Verkehrswesen
Dresden, Heft 3, 6/1958
- [13] ***Morse***
Queues, Inventories and Maintenance, John Wiley & Sons inc.
New York, Chapman and Hall, Ltd. London 1958
- [14] ***Nebelung / Meyer***
Vergleich von Verfahren zur Ermittlung der Leistungsfähigkeit
binnenländischer Verkehrsmittel für die integrierte Verkehrswege-
planung
Veröffentlichungen des Verkehrswissenschaftlichen Instituts der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen,
Heft 12 / 1971
- [15] ***Richter / Schneider***
Statistische Methoden für Verkehrsingenieure
Transpress VEB Verlag für Verkehrswesen Berlin 1968

- [16] **Voigt**
Experimentelle Ermittlung von Behinderungen an einfachen Fahrstraßenkreuzungen unter besonderer Berücksichtigung unterzufälliger Verkehrsströme
Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ in Dresden 16 Heft 3 / 1969
- [17] **Michelfelder**
Verspätungsübertragung bei dichtem Zugverkehr und ihre Auswirkung auf Fahrplan, Streckenleistung und Signaltechnik
Archiv für Eisenbahntechnik, Folge 2 / 1953
- [18] **Sonntag**
Die Zugdichte auf Schnellbahnen in Abhängigkeit vom Sicherungssystem, den Fahrzeugdaten und der Streckenneigung
Veröffentlichungen des Verkehrswissenschaftlichen Instituts der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Heft 13 / 1972
- [19] **Deutsche Bundesbahn**
Richtlinien für eisenbahnbetriebswissenschaftliche Untersuchungen, DV 405 A
- [20] **Blind**
Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit und des Verspätungsabbaues auf Engpassstrecken von der Aufeinanderfolge der Züge verschiedener Geschwindigkeit (Diss. TU Darmstadt D 17)
Archiv für Eisenbahntechnik Folge 26/1971
- [21] **Ferschl**
Zufallsabhängige Wirtschaftsprozesse
Grundlagen und Anwendungen der Theorie der Wartesysteme
Physica-Verlag, Wien und Würzburg 1964